SERIE SEMINARIOS No. 2

La Problemática de la Enseñanza Universitaria de las Matemáticas en la República Dominicana

UNIBE

SERIE SEMINARIOS No. 2

La Problemática de la Enseñanza Universitaria de las Matemáticas en la República Dominicana

UNIBE

Diseño de portada: Susie Gadea
Composición y diagramación: Sylvia Gadea Compuservice
Impresión: Amigo del Hogar
Santo Domingo, República Dominicana, 1989

INDICE

PRESENTACION

La obra que descansa en las manos es el ejemplo más fiel de lo que llamamos un documento, pues, es el testimonio escrito de una actividad pionerísima en el viejo quehacer universitario de nuestro país. En ella se recogen, de manera inalterada, los pormenores de las ponencias del Primer Taller Nacional sobre la Enseñanza de la Matemática, aquí, exponiendo, cuestionando, respondiendo y afirmando se inician los cimientos de una tradición inexistente en nuestro pueblo, sin la cual el desarrollo tecnológico y científico se hace tortuoso.

Precisamente hoy, cuando gran parte de la sociedad cae abatida por los efectos de los distintos tipos de crisis que nos ha tocado vivir, la Universidad Iberoamericana (UNIBE), como centinela final de sus propios propósitos, en una posición invariable de *labor y verdad* se plantea, de manera valiente, discutir de forma abierta los problemas que respecto a la matemática nos aquejan en la educación superior. Más importante aún, son muchas soluciones que a muchos de los problemas planteados se ofrecen como en las valiosas contribuciones de los participantes que en las oportunas intervenciones dejaron impresas en nuestras mentes.

UNIBE, como miembro de una pequeña familia de universidades comprometidas con un mejor futuro para nuestro país se hace depositaria de nuestras más caras felicitaciones, las cuales han de ser recibidas en las personas de su honorable rector, Dr. Jorge A. Hazoury B., su distinguido y amable vicerector académico, Lic. Jorge R. Ruiz, el Ing. José Luis Bachá, valioso y dinámico académico; así como en las personas de los distinguidos profesores José Tejeda y Jesús Méndez Jiminián, sin el trabajo del cual el evento hubiese perdido mucho de su gran brillo. Dos sectores deben indefectiblemente recibir grandes loores, uno está constituido por los expositores y participantes, motores eficaces para el desenvolvimiento del evento, el otro sector está identificado por la Compañía Dominicana de Teléfonos (CODETEL) por la valiosa colaboración para que este evento fuese histórica realidad repleta de éxitos.

INTRODUCCION

A continuación presentamos las palabras de introducción del ingeniero Jesús Méndez Jiminián, coordinador del Taller.

Señor rector de UNIBE,
Señores miembros de la mesa directiva,
Delegados de las universidades nacionales e invitados especiales,
Señoras y señores:

La familia de UNIBE se siente en la noche de hoy más que complacida, orgullosa de tenerles aquí para dejar formalmente inaugurados los primeros talleres de matemáticas universitarias.

Este modesto aporte de la institución constituye un paso más de los que se realizan a nivel académico con miras a fortalecer la educación superior en nuestro país. Sabemos que durante largos años instituciones nacionales de estudios superiores también se han sentido comprometidos con esos propósitos.

Es por ello que este evento que auspicia y promueve la UNIBE tiene como finalidad principal la de intercambiar impresiones con las demás universidades hermanas que nos acompañan en lo refernte al alcance y las limitaciones de los programas de estudios de las diferentes asignaturas del área de las matemáticas, así como la de evaluar su metodología de enseñanza a nivel superior.

¿Por qué hacemos esto? Porque a la luz de los resultados obtenidos a través de pruebas exploratorias, suministradas a estudiantes de nuevo ingreso, en algunos centros de estudios superiores del país, así como el análisis del rendimiento en asignaturas propias de los pensa, existe un elemento preocupante que es el grado de deficiencia que tienen nuestros bachilleres en las matemáticas y más aún sobre todo, la escasa visión de aplicación de las mismas en áreas del saber tan fundamentales como son: las ciencias, ingeniería, economía, admininstración, etc.

Pero abordemos la primera premisa. Los datos obtenidos en diferentes universidades tales como UASD, UNAPEC y UNIBE (para sólo citar tres ejemplos) constituyen una muestra preocupante por los resultados que arrojan. Veamos:

UASD

Según estudio realizado por profesores del Departamento de Matemáticas, los estudiantes que ingresaron a esta casa de estudios en el primer semestre del año académico 1985/1986, fueron sometidos a una prueba explorativa de matemáticas. La misma constaba de 35 items agrupados en cuatro bloques: aritmética, álgebra, geometría y trigonometría. Sólo el 4.8% de los estudiantes aprobaron, mientras que 95.2% reprobaron.

En dicho estudio se informa que los estudiantes de los colegios privados lograron aventajar a los de los liceos por 2.1% (véase *Norimat*, nos. 21/22 mayo/junio 1987 de la Sociedad Matemática).

UNIBE

Antes de iniciarse el cuatrimestre septiembre/diciembre 1987, de un total registrado de 258 estudiantes de nuevo ingreso que tomaron la prueba exploratoria de matemáticas, sólo el 10% aprobó dicha prueba, es decir, el 90% reprobó. En dicha prueba quedó comprobada la gran deficiencia académica que tienen la mayoría de los estudiantes que ingresan a las universidades.

UNAPEC

En esta universidad sucede algo similar en cuanto a los resultados obtenidos, lo cual aparece en el informe sobre el rendimiento académico de los estudiantes de UNAPEC en la asignatura Algebra Universitaria.

De un total de 1,546 estudiantes en 1986, sólo el 34% tenía un rendimiento académico excelente, mientras que el 55% de la población estudiantil registró un rendimiento deficiente. Un 29% de los estudiantes que seleccionaron esta asignatura se retiraron.

¿Qué han traído estos resultados como consecuencia?

En primer lugar, la revisión de la metodología de trabajo, es decir, nivel académico y dominio de la asignatura por parte del docente que la imparte. Y, en segundo lugar, la revisión del programa de estudio.

Pero eso no es todo. Algunas universidades del país, entre ellas UNIBE, tienen que invertir gran cantidad de recursos económicos y humanos para hacer que estos bachilleres adquieran, previo al inicio de sus respectivas carreras académicas, los conocimientos mínimos para que puedan cursar las asignaturas del Ciclo Básico o General.

Esto demuestra la gran preocupación de algunas instituciones de estudios superiores que desean que los bachilleres resulten ser profesionales competentes en el futuro y merecedores de sus respectivos títulos académicos, amén de poner en alto el nombre de la institución que se ha encargado de formarlos como hombres de bien en esta tierra de Duarte.

Pero existe otra preocupación. ¿Cuentan nuestros docentes, a todos los niveles, sin excepción alguna, con los suficientes conocimientos matemáticos, técnicas pedagógicas y otras herramientas en las que descansa la pedagogía moderna, para formar en esta área del saber a esos educandos?

¿Podremos como educadores después del difícil camino que emprenden nuestros bachilleres, referirnos a las hermosas palabras evocadas por el apostol José Martí al abrir el *Ismaelillo* las cuales definen mucho su significado y sentido cuando exclama:

"Hijo: Espantado de todo, me refugio en tí. Tengo fe en el mejoramiento humano, en la vida futura, en la utilidad de la virtud, y en tí".

Con estas grandes preocupaciones, la UNIBE junto a otras instituciones superiores del país, entre ellas la UASD, UCMM, INTEC, UNPHU,

UNAPEC, UCE, UNNE, UTECI, UCSD, y la Sociedad de Matemática de la República Dominicana (SOMAREDO), se abocará a discutir estrategias y buscar soluciones prácticas a esta problemática de la enseñanza de nuestro país.

De ahí que las puertas de la UNIBE se abren de par en par para dar la más cordial bienvenida a los delegados que en la noche de hoy nos honran con su presencia en este Primer Taller de Matemáticas Universitarias.

La Enseñanza de la Matemática en la República Dominicana y el Problema de su Entorno

Isidro Rodríguez E.
Sociedad Matemática de la República Dominicana

Es reconfortante en un momento como el actual participar en un encuentro entre profesores para dialogar, a través del análisis, acerca de la situación de la enseñanza de la matemática en el tercer nivel.

Particularmente, se me asignó un tópico que es imposible exponer. Sencillamente porque no existe. Ya que lamentablemente no existe *tradición matemática* en nuestro país. Y en consecuencia no es posible conversar sobre el *Desarrollo histórico de la Matemática* en la República Dominicana.

Podemos, eso si, explayarnos en narrar el *Desarrollo histórico de la enseñanza matemática en República Dominicana*. Hablar con detalles más o menos fidedignos de lo acontecido en esta área desde los días de la Colonia hasta el presente. Exponer fechas, protagonistas, planes y proyectos.

Considero, sin embargo, que semejante ejercicio no aportaría mucho beneficio -por no decir ninguno- al objetivo principal de este taller. Además, en su época de estudiante, cada uno de nosotros recorrió -en una u otra forma- el largo camino de la *Historia de la educación dominicana*.

Personalmente no me preocupa el pasado, porque de nada serviría un *mea culpa* en un sistema educativo donde todos tenemos culpas. Es preferible analizar el presente y volcarnos hacia el futuro con entusiasmo y dedicación. En ese tenor, con el perdón de los organizadores de este importante evento y, con la comprensión de ustedes, me limitaré a exponer algunas ideas que considero deben tomarse en cuenta en el momento de debatir el problema de la enseñanza de la Matemática en nuestro país.

En el fondo, no me interesa hablar de la Matemática, porque ésta no tiene problemas con nadie, sino del entorno universitario donde si hay problemas con la enseñanza de la Matemática.

Sistema educativo

En realidad, el proceso de cambio de nuestro sistema educativo ha girado, en lo sustancial, de una influencia foránea a otra, a lo largo de casi cinco siglos. De la influencia española a la francesa, pasamos singularmente en la primera postguerra, a la influencia norteamericana.

No hemos copiado las excelencias de los sistemas extranjeros, sino sus defectos. Cuando hemos intentado copiar sus virtudes lo hemos hecho mal. Así, al lado de la rigidez de la escolástica del sistema español medieval y del sistema napoleónico que nos vino de Francia, perviven hoy los parches del sistema norteamericano. Una extraña simbiosis entre la mineralización y la flexibilidad, sin que hayamos superado la pereza que conlleva el simple mimetismo.

Este sigular proceso histórico, naturalmente, se refleja en el llamado tercer nivel por lo cual no es extraño que cada cierto tiempo se replantee el debate sobre la crisis en la educación superior en el país. Y dentro de este permanente debate salga a relucir la problemática de la enseñanza de la Matemática.

Subsector superior

Sin lugar a dudas, el modelo universitario era funcional para la sociedad dominicana hace tres décadas, cuando la élite intelectual del país era reducida y el acceso a las carreras universitarias un privilegio para determinados estratos sociales y políticos.

Pero al iniciarse en 1961-62 la política expansiva en la educación primaria se estaban sentando las bases para la crisis en la cúspide del sistema educativo, porque la presión demográfica generaría la disfuncionalidad de un sistema concebido para la educación no masificada.

Empero, este fenómeno del crecimiento poblacional no constituye la crisis del sistema, como algunos pretenden observar, sino que es factor desencadenante de la situación actualmente en discusión. Obviamente la explosión demográfica es estimulante de la problemática, pero ésta alcanza perfiles especiales que hacen imprescindible la revisión global del subsistema superior para producir los cambios que lo hagan funcional en la nueva situación planteada.

La crisis se manifiesta en tres planos:

- En el modelo propiamente.
- En el funcionamiento del modelo.
- En la calidad y eficiencia del modelo.

Analizar estos aspectos requiere una exposición que se sale del marco en que se ha concebido este Taller, por lo que sólo me limitaré a una síntesis enunciativa de los mismos.

Este es el ángulo más cuestionable de la educación superior dominicana, tal magnitud alcanza que es imposible plantear la existencia del mismo por las siguientes razones:

1. Anarquía manifiesta en el diseño de instituciones heterogéneas; es así como en los últimos años ha proliferado el número de universidades atendiendo a diseños disímiles basados en criterios particulares sin un patrón que oriente su estructuración. Más aún, en las propias universidades las estructuras curriculares son tan diferentes que constituyen ensayos, totalmente alejados de lo que tradicionalmente se concebía como una institución de tercer nivel.

   No sería falso afirmar que no existe una estrategia que defina los proyectos que se han aprobado, ya que es evidente que en su estructuración interna las instituciones no obedecen a criterios establecidos. Esta se formula de acuerdo a caprichos individuales y de grupos o ensayos sin ningún asidero; se puede observar que en algunos centros existen cursos propedéuticos, ciclos básicos, cursos de nivelación, etc., los cuales tienen validez sólo para esa institución pero no es posible -en muchos casos- la equivalencia para otro.

   Si se analizan los contenidos curriculares, la anarquía alcanza tales características que para un estudiante que ingresa en el *tubo* de una carrera tiene que egresar del *tubo-mayor* que constituye la universidad, con inconveniente de traslado porque las equivalencias y reválidas se dificultan dada la heterogeneidad de los programas existentes.

   En síntesis para la educación superior dominicana no existe modelo alguno, no hay integración y no se atiende a los criterios de regionalización.

2. El modelo tradicional dominicano está basado en la actividad de aula y actualmente es característica su incapacidad para funcionar

en la nueva situación. No sólo como consecuencia de la masificación que limita la posibilidad de alojar en aulas durante varias horas diarias a tan elevado contingente, sino porque una educación superior moderna no se puede basar en la simple transmisión de conocimiento por un expositor en el aula.

3. La valoración social del sistema de educación superior es causal de la crisis del modelo. Una sociedad con una escala de valores cuestionable generará en consecuencia una actitud determinada ante un sistema educativo.

4. Ausencia de criterios para diseñar el modelo. La política educativa la elaboran quienes toman las decisiones sobre la materia. Da la impresión que quienes desempeñan este rol no tienen criterios racionales sobre el asunto en cuestión. Es así como se han venido tomando decisiones apresuradas, casuísticas e interesadas. Se fundan universidades sin los estudios de factibilidad, sin disponer de los recursos humanos para la docencia, la investigación, la extensión y la administración; se crean universidades con la consecuente duplicación de esfuerzo, donde ya existen otras. Como el título universitario implica determinado status cada comunidad aspira para su *desarrollo* su propia universidad y, en consecuencia, quienes toman las decisiones inventan otra institución.

5. El subsistema de educación superior está urgido de un cuerpo normativo moderno que paute su funcionamiento y le otorgue coherencia interna. La legislación actual ha sido rebosada por la realidad. La ley de universidades y el decreto que crea el CONES como instrumentos de orientación y definición del proceso y su organización son disfuncionales en muchos aspectos para atender la complejidad del problema.

Crisis de funcionamiento

El entrabamiento de la estructura de la educación superior es evidente, entendida la estructura como la organización que le impone una dinámica a un ente social determinado. El contexto orgánico del subsistema es difuso, lo que le dificulta funcionalidad para el logro de sus objetivos y para establecer las relaciones con el medio donde actúa. Así es hasta el momento presente, no está establecida una interacción entre la sociedad como totalidad y el subsistema.

También es difuso el sistema de autoridad. Son tantas las instancias para la toma de decisiones que éstas se entraban, la estructura de poder se diluye en las distintas facultades, escuelas, departamentos, dependencias administrativas, cátedras, etc., lo que origina cambios tardíos e incoherentes.

Crisis en la calidad y eficiencia

Probablemente este es el aspecto más discutido de la crisis. Es el efecto manifiesto del problema, por lo tanto donde más se ha invertido en el momento de interpretar el asunto.

No sería absurdo afirmar que la baja calidad y eficiencia del subsistema son originados por los aspectos anteriormente señalados, pero éstas como en todo proceso dialéctico retrolimitan a los otros produciéndose una especie de causación circular entre los distintos elementos o variables del fenómeno.

Múltiples serían los aspectos a indicar: deterioro académico, bajo nivel formativo del cuerpo docente, empobrecimiento de la calidad de la enseñanza, alto índice de reprobados, repetición crónica, deterioro de los ambientes físicos, facilismo estudiantil, remuneración insuficiente, desequilibrio entre, falta de creatividad y espíritu científico en el abordaje del conocimiento.

El análisis de estos problemas, probablemente tiene un carácter muy sensacionalista, por la atención sobre las razones de mayor profundidad de la crisis y no en sus manifestaciones.

Ciencia. Tecnología. Universidad

En las expediciones de los astronautas no es asombroso, como podría suponerse, lo que se ha descubierto, sino lo mucho que ya se sabía sobre el espacio exterior, antes de esos viajes.

Con la ayuda de algunos instrumentos el hombre estableció, una a una, su curso y su distancia, la densidad y condición de las galaxias, la luminosidad relativa de los astros, y cuando llegó la prueba suprema suministrada por la tecnología todo ha resultado sensiblemente igual a como se había deducido por los cálculos anteriores.

Infinitamente menos importante como hazaña, el viaje de Colón fue, sin embargo, más sensacional, porque todo era imprevisto. Colón navegaba en un mar de fábulas y leyendas, poblado de monstruos desconocidos, y su propia ignorancia era tan obstinada e impenetrable como la de quienes se empeñaban en rechazar, por irrazonable, su aventura.

Los astronautas, en cambio, aparecen simplemente como arrojados testigos de una prueba de laboratorio en que todo es previsible y todo está previsto... *fríamente calculado.*

Casi sin que el mundo se diese cuenta, por 2,500 años después de Anaxágoras los astrónomos, los matemáticos, los químicos, los físicos, le dieron al universo sus dimensiones y dedujeron sus leyes, con sucesivos descubrimientos que borraron previos errores, hasta extremos maravillosos de aproximación.

No hay nada en la historia de la inteligencia humana más fascinante que este proceso de investigación, ininterrumpido desde que en el despejado cielo de los caldeos algún pastor tomó nota de la regularidad en el comportamiento de las constelaciones.

La exploración del mundo exterior, precedida, acompañada o seguida de la no menos intensa sobre la naturaleza de nuestra propia circunstancia inmediata ha permitido formular cada día más audaces y menos comprensibles teorías sobre la forma, extensión y probable suerte del universo. Uno a uno los diversos paradigmas científicos han ido cayendo, destruidos por un nuevo impulso, un avance nuevo, el establecimiento de un nuevo principio.

Pero lo más sorprendente es que esas formidables revoluciones silenciosas que van desde las leyes de Newton hasta las teorías de Einstein y Planck se cumplieron casi siempre por hombres muy jóvenes, cuyas vidas extraordinarias ofrecen el más brusco contraste con las de los universitarios de nuestro tiempo, encargados por ley generacional, de continuar tales trabajos.

¿Hay hoy, me pregunto, una atmósfera científica en nuestras universidadades para esas tareas que conlleva la investigación moderna?

Esta interrogante no se puede contestar con un simple sí, ni con un tajante no. Hay que abrevar en el antecedente. Veamos.

Una de las características más notables de lo que entendemos por ciencia moderna, es decir el tipo de ciencia que se generalizó a partir del siglo XVII, es la matematización. Incluso, sin temor a exagerar demasiado, podríamos sostener que el uso de la matemática como forma de discurso propia del conocimiento científico es la característica más peculiar de la ciencia moderna.

Es decir, la matematización es condición necesaria -aunque no suficiente- para alcanzar la máxima potencia explicativa, predictiva y tecnológica de una disciplina, las metas genuinas de la ciencia moderna.

El siglo XX, sobre todo a partir de los años treinta, ha presenciado otra formidable oleada matematicista que aparte de consolidar y afinar los logros anteriores, ha atacado con éxito una gran porción de la biología, especialmente la genética, y de las ciencias sociales, en particular, economía, psicología, lingüística y hasta musicología.

De ahí radica la importancia de la enseñanza de la matemática en la universidad. Aparte de ella misma como ciencia, claro está.

Pero es el caso, de acuerdo a la situación precitada que nuestra Univesidad, para cumplir este honroso y noble destino, necesita alcanzar una excelencia que no tiene y que le permita dominar a cabalidad los grandes avances de la ciencia moderna y sus complejas aplicaciones técnicas.

En consecuencia necesitamos convencer a los buenos universitarios de la necesidad de reorientar la enseñanza de la matemática hacia esas metas de excelencia y no contentarnos con esos menudos éxitos académiços que enorgullecen tanto a nuestros buenos rectores y que se agotan en los actos de graduación.

El papel de la universidad en nuestro país y en el momento histórico que vivimos es convertir en realidad la cantidad de su producto, transformar radicalmente sus estructuras y buscar altura para su destino.

Por tanto, mejorar la calidad de la enseñanza matemática en el nivel superior es un deseo compartido que debemos y tenemos que hacer realidad si logramos:

1. Readiestrar a los profesores del nivel primario y del secundario que actualmente no están cualificados para enseñar matemática.
2. Redefinir el contenido de los programas de matemática del nivel terciario.
3. Capacitación permanente del personal docente.
4. Dar énfasis por una aplicación mejor de la matemática a la ciencia.
5. Diseñar textos que se adapten a nuestra realidad educativa.

Algunas medidas urgentes

Es necesario señalar algunas tareas urgentes, si realmente se quiere superar la situación, la experiencia y el estar inmerso en el problema permite sugerir los siguientes aspectos:

- Revisión de todo el Sistema Educativo.
- Diseñar el modelo para la educación superior.
- Definir las estrategias que pretende la educación superior.
- Adecuación de los insumos o entradas para alcanzar, a través de las estrategias correspondientes, los objetivos propuestos.
- Diseño, articulación e integración académica del subsistema.
- Correspondencia de los productos o egresos con las metas previstas.
- Diseñar estructuras y métodos para que el proceso de enseñanza-aprendizaje se realice sobre bases distintas al actual.
- Establecer vínculos fluidos entre la educación y el proceso productivo.

Es ingenuo pensar que estas inquietudes van a encontrar respuestas inmediatas. Más no por eso hay que guardar silencio. No cuando se es dominicano, profesor y padre de famlia. Es una cuestión de conciencia.

Estudio Comparativo del Rendimiento en Matemática en la República Dominicana

Eduardo Luna y Sarah González
Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra

Resumen

En este trabajo se comparan algunos resultados básicos obtenidos a través de un estudio en gran escala de rendimiento matemático a nivel de octavo grado en la República Dominicana[1], con aquellos reportados por otros veinte países que realizaron un estudio semejante. En el estudio se hizo, en primer lugar, un análisis del curriculum propuesto en matemática para dicho nivel, basado en los programas oficiales vigentes y en los libros de texto aprobados. Luego se recolectaron datos en 116 escuelas, con 160 profesores-aulas, y 5,342 estudiantes. Los profesores de matemática suministraron informaciones sobre su preparación académica, sus métodos de enseñanza y sobre la oportunidad que habían tenido los estudiantes para aprender algunos temas de matemáticas. Se administraron cuestionarios a los estudiantes al principio y al final del año escolar. El diseño del estudio y gran parte de los instrumentos utilizados fueron adaptaciones de los utilizados en el Segundo Estudio Internacional de Matemática (SEIM), llevado a cabo en los últimos años por la Asociación Internacional para la Evaluación de Rendimientos Académicos (AIERA). El hallazgo fundamental del estudio dominicano es que los rendimientos son sumamente bajos en todas las áreas contempladas en el curriculum de matemática ($p<0.37$) y esto es así en casi todos los sectores del sistema escolar dominicano. Solamente en un pequeño número de escuelas privadas los rendimientos se acercan a los observados en los países desarrollados de acuerdo con los datos generados por el SEIM.

1. BREVE DESCRIPCION DEL EAMRD

1.1 Los estudios de matemática de la Asociación Internacional para la Evaluación de Rendimientos Académicos (AIERA)

En 1963, la AIERA realizó una encuesta acerca del rendimiento en matemática en las escuelas de doce países. Ese estudio en el que participaron unos 130,000 estudiantes de diferentes idiomas fue el primero de ese tipo de estudios en educación a nivel internacional. El objetivo principal de dicho estudio fue examinar las diferencias existentes entre varios sistemas educativos y cómo esas diferencias se relacionan con el rendimiento, intereses y actitudes de los estudiantes (Husén, 1967).

[1] *La Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática en la República Dominicana* (EAMRD). Este proyecto de investigación fue financiado por el International Development and Research Centre (IDRC) (Contratos 3-P-81-0193, 3-P-82-0240) y por el Centro de Investigaciones de la Universidad Católica Madre y Maestra (UCMM). Las opiniones contenidas en este trabajo no reflejan necesariamente las opiniones y la política del IDRC o la UCMM.

Cuando se inició el Primer Estudio Internacional de Matemática (PEIM) de la AIERA, el movimiento de reforma curricular estaba en sus inicios. En el Segundo Estudio Internacional de Matemática, en contraste con PEIM en el cual se escogió la matemática por conveniencia, el eje de toda la investigación es precisamente la matemática. De acuerdo con Travers (1978), el SEIM fue concebido no sólo como una encuesta de rendimiento en matemática en diferentes países, sino más bien como una investigación que pretendía hallar respuestas a varias interrogantes tales como: ¿Cuál es el status de la educación matemática hoy día? ¿Cuál es el grado de éxito alcanzado por los cambios curriculares en la preparación de estudiantes para estudios post-secundarios en matemática? ¿Es el entrenamiento en matemática que reciben los estudiantes suficiente para desenvolverse de manera efectiva en la sociedad de hoy? ¿Qué cambios han tenido lugar en los patrones y filosofía de la escuela? Y en todas esas áreas de investigación, ¿qué relaciones hay entre los rendimientos y las actitudes de los estudiantes de hoy con los de los estudiantes de hace 15 años?[1]

1.2 Marco de referencia del SEIM

El SEIM se ha concebido básicamente como una investigación comparativa del curriculo de matemática. En dicho estudio se pretende analizar tres aspectos del curriculum, relacionados con tres niveles desde los cuales éste puede enfocarse: a nivel del sistema educativo, a nivel de las escuelas y aulas, y a nivel de los estudiantes. Así nos referiremos al *curriculum propuesto*, *curriculum ejecutado* y *curriculum logrado* que corresponden respectivamente a los tres niveles de enfoque indicados.

El marco de referencia del SEIM[2], adoptado también en el EAMRD, se muestra a continuación:

COMPONENTE	NIVEL DE ENFOQUE	
1. Análisis curricular	Curriculum propuesto	Sistema educativo
2. Procesos de clases	Curriculum ejecutado	Escuela y aulas
3. Resultados o logros de los estudiantes	Curriculum logrado	Estudiantes

El *curriculum propuesto* está especificado por el sistema educativo de un país en los programas de curso, en los libros de texto, o en cualquier otro documento oficial que exprese qué tipo de matemática se enfatiza y cómo ésta debe enseñarse a los estudiantes. El *curriculum ejecutado* se refiere al curriculum que realmente enseñan los profesores en las aulas, incluye los objetivos que seleccionó el profesor para los alumnos de su curso, los contenidos que se enseñaron a esos alumnos, las actividades que se realizaron y los métodos empleados durante el año escolar. El *curriculum logrado* se refiere al rendimiento y aprovechamiento de los estudiantes, y al conjunto de actitudes que tiene el alumno con respecto a la matemática. El SEIM está investigando las tres dimensiones consideradas del curriculum de matemática, pero el EAMRD pretende ampliar dicho análisis, de manera que el sistema educativo no se estudie por sí solo ni aislado de la sociedad en que se encuentra. Por esta razón, el EAMRD incluye más informaciones sobre el nivel socioeconómico de los estudiantes y su relación con el aprendizaje.

1.3 Metodología del estudio

1.3.1 Cuestionarios cognoscitivos

En el EAMRD se administraron cuestionarios cognoscitivos al principio (pre-test) y al final (post-test) del año escolar a una muestra aleatoria de estudiantes de la población A [todos los estudiantes inscritos en el octavo grado (Plan Tradicional) o en el segundo año (Plan de la Reforma) que asisten a clases en la tanda matutina o en la vespertina en la República Dominicana]. La selección final de los items cognoscitivos se hizo a partir de una colección que incluía la selección final de items del SEIM (199 items). Estos items cubrían los aspectos más importantes del curriculum de matemática para la población estudiada, siendo los mismos clasificados por área (aritmética, algebra, geometría, estadística descriptiva, mediciones) y por la categoría conductual (computación, comprensión, aplicación, análisis) (Weinzweig y Wilson, 1977) que cada uno de ellos evaluaba. Los items en la colección inicial fueron probados tres veces, terminando con una selección final de 180 items, la cual incluía 116 de la colección internacional (Luna y otros, 1982). Estos items se distribuyeron en cinco cuestionarios: Núcleo (40 items) y las Formas Rotadas A, B, C, D cada una con 35 items. Cada estudiante contestó, tanto al principio como al final del año escolar, el cuestionario Núcleo y una de las Formas Rotadas siendo estas últimas asignadas de manera aleatoria a los estudiantes de cada aula.

1.3.2 Cuestionario general de ambientación del estudiante

También se administró a los estudiantes un cuestionario para obtener informaciones acerca de la ocupación de sus padres, su nivel de nutrición, sus posibles ocupaciones y algunos aspectos de sus características ambientales. La versión final de este cuestionario se obtuvo después de tres pruebas con versiones preliminares del mismo.

1.3.3 Cuestionarios para los profesores

A los profesores de matemática de las aulas evaluadas se le administraron tres tipos de cuestionarios:

1. Cuestionario general del profesor. Este cuestionario proporciona informaciones generales del profesor, incluyendo su preparación académica, su carga docente, los materiales de enseñanza que utiliza en sus clases y algunas opiniones de la matemática como proceso.
2. Cuestionarios sobre procedimientos de clases. Estos cuestionarios contienen muchas informaciones sobre los procedimientos y métodos que utilizan los profesores cuando enseñan fracciones, razones, proporciones, porcientos, geometría y mediciones.
3. Cuestionarios sobre oportunidad de aprendizaje. A través de estos cuestionarios se recaba información de los profesores sobre la oportunidad que han tenido sus estudiantes durante este año escolar o en años anteriores para aprender la matemática necesaria para contestar los items contenidos en los cuestionarios cognoscitivos administrados a los estudiantes.

1.4 Muestreo

El profesor Richard Wolfe del Ontario Institute for Studies in Education, Toronto, Canada, hizo las siguientes observaciones sobre el diseño muestral que deberían utilizar los países participantes en el SEIM:

"The sample design must be arranged to facilitate within-country analysis. This may be more important than provision of national summaries or international comparisons. National Centers need to be directed, encouraged and assisted in determining substantively relevant major stratification for their studies. Certainly in all countries there are important regions, types of communities or teachers for which nationally important educational policy questions need to be answered."(3)

Basándose en estas recomendaciones y en las experiencias acumuladas en las pruebas piloto del

EAMRD realizadas en nuestro país desde 1979, las escuelas en la zona urbana que atienden a la población estudiada se clasificaron de acuerdo a criterios pedagógicos y a criterios demográficos. La clasificación pedagógica fue la siguiente:

Tipo P: :Escuelas primarias e intermedias oficiales;

Tipo T: Liceos tradiciones oficiales;

Tipo R: Liceos oficiales del Plan de la Reforma;

Tipo F: Escuelas privadas y semi-oficiales con facultad para conducir sus propias pruebas de aprovechamiento;

Tipo O: Escuelas privadas y semi-oficiales sin facultad para conducir sus propias pruebas de aprovechamiento.

La clasificación demográfica de las escuelas urbanas fue la siguiente:

Categoría 1: Escuelas en ciudades con más de un millón de habitantes;

Categoría 2: Escuelas en ciudades con más de un millón de habitantes;

Categoría 3: Escuelas en ciudades con una población entre 49,000 y 1,000,000 habitantes;

Categoría 4: Escuelas en ciudades con una población entre 49,000 y 100,000 habitantes;

Categoría 5: Escuelas en áreas urbanas con menos de 15,000 habitantes.

En la zona rural se consideró un sólo tipo de escuela (Ru) y las provincias donde se encontraban esas escuelas se clasificaron en tres grupos de acuerdo a criterios político-demográficos. La Tabla 1 muestra cada uno de los

Tabla 1. Tabla Maestra

		Cat. 1	Cat. 2	Cat. 3	Cat. 4	Cat. 5	Totales
ZONA URBANA	P	2684	1079	422	1685	5856	11726
		35	11	5	9	70	130
	T	2964	508	2751	2424	4958	13605
		14	3	8	11	42	78
	R	2380	385	1829	2428	1147	8169
		7	1	4	7	5	24
	F	1417	694	339	279	51	2780
		22	8	8	6	1	45
	O	2140	1426	1160	747	499	5972
		88	56	34	22	19	219
	Totales	11585	4092	6501	7563	12511	42252
		166	79	59	55	137	496
ZONA RURAL	Ru	18194					
		563					

estratos considerados y en cada uno de ellos se indica la población estimada de estudiantes y el número de escuelas en el año escolar 1982-1983.

Para cada fila o columna de la tabla anterior se escogió un número de estudiantes lo suficientemente grande (800 ó más en la zona urbana, 1200 ó más en la zona rural). De esta manera se podrían hacer comparaciones entre las filas o entre las columnas. (Wolfe y otros, 1982)

1.5 Recolección y procesamiento de datos

Desde el inicio del EAMRD se consideró sumamente importante el diseño de una estrategia apropiada que permitiera una comunicación adecuada con las escuelas de la muestra y recolectar las informaciones requeridas en cada una de ellas. La estrategia utilizada incluyó visitas personales a cada una de las escuelas. Indiscutiblemente este procedimiento aumenta los costos de un proyecto como el nuestro, pero en países como la República Dominicana existen algunas limitaciones para lograr una comunicación segura y confiable a través de otros medios que no sean la visitas personales.

Un equipo de estudiantes universitarios de término, debidamente entrenados y bajo la supervisión del equipo de investigadores, tuvo a su cargo la administración de los cuestionarios. La estrategia utilizada para la aplicación de los cuestionarios resultó ser tan eficiente que se recolectaron las informaciones deseadas del total de la población muestral.

Los profesores y estudiantes no contestaron los cuestionarios en hojas de respuestas. Ellos escribieron sus respuestas en los folletos que contenían los cuestionarios. Se escogió este procedimiento para minimizar los efectos del tipo de cuestionario utilizado (items de selección múltiple) con el cual no están familiarizados la mayoría de los estudiantes y profesores en la República Dominicana.

2. RESULTADOS BASICOS

2.1 Rendimiento en el post-test, por tipo de escuela, en las áreas consideradas

En la Tabla 2 se presentan los porcentajes de respuestas correctas (rendimiento: p) en el post-test en cada área evaluada por tipo de escuela (P, T, R, F, O, Ru), a nivel nacional (Nac) e internacional (Int). Los rendimientos que se presentan se calcularon utilizando sólamente aquellos items comunes (91) al SEIM y al EAMRD. El rendimiento internacional es el promedio de los rendimientos reportados por veinte países que participaron en el SEIM y no incluye los resultados de la República Dominicana (ver gráficos 1 y 2).

Los rendimientos de la República Dominicana (Nac) en el post-test son sumamente bajos en todas las áreas evaluadas, tanto en las escuelas públicas (P, T, R, Ru), como en las escuelas privadas del tipo O. Sólamente en las escuelas privadas del tipo F se observan rendimientos aceptables en números naturales (aritmética elemental).

Obsérvese que en todas las áreas el rendimiento de las escuelas F es mayor que el observado en los demás tipos de escuelas. De hecho el rendimiento promedio de las escuelas F al inicio del año escolar (pre-test) es mayor que el rendimiento al final del año escolar (post-test) en los demás tipos de escuelas en todas las áreas evaluadas. Sin embargo, en todos los casos el rendimiento de las escuelas F es menor que el

Tabla 2. Rendimiento en el post-test en cada tipo de escuela y a nivel internacional

	Tipos de Escuelas						Nivel	
Temas	P	T	R	F	O	Ru	Nac.	Int.
Núm. naturales	30	36	38	57	41	37	37	66
Frac. comunes	22	21	20	35	26	21	22	51
Frac. decimales	18	18	20	33	22	17	19	48
Razones, prop. y porcientos	20	21	21	34	22	18	21	50
Otros temas de Arit. 2	23	21	24	39	25	21	23	49
Aritmética 3	23	23	24	39	27	23	24	53
Algebra	21	20	24	28	21	20	21	47
Geometría	25	24	27	40	26	23	25	53
Mediciones	20	21	21	32	22	20	21	54
Estadística descriptiva	19	22	24	38	27	18	22	54

2. Incluye análisis dimensional, raíces cuadradas, exponentes, teoría de números.
3. Incluye números naturales, fracciones comunes y decimales, razones, proporciones, porcientos, otros temas de aritmética.

rendimiento promedio internacional (Int). (Ver los gráficos 1 y 2).

2.2 Comparación de los rendimientos por países

Los gráficos 3 a 7 nos muestran en orden decreciente los rendimientos en las áreas evaluadas de los diversos países (barras blancas) que participaron en el SEIM, el rendimiento en República Dominicana (barra negra) y los rendimientos en las escuelas privadas F (barra rayada). Los rendimientos de los países subdesarrollados que tomaron parte en el SEIM se identifican en los gráficos con las letras A, B, C que corresponden respectivamente a los que llamaremos *país subdesarrollado A*, *país subdesarrollado B*, y *país subdesarrollado C*.

Los gráficos citados en el párrafo anterior nos indican que los rendimientos de República Dominicana en todas las áreas evaluadas son menores que los de todos los países que participaron en el SEIM. Peor aún, el rendimiento promedio de las escuelas F en cada una de las áreas evaluadas es menor que el rendimiento nacional de la mayoría de los países que participaron en el SEIM siendo inferior aún a los promedios nacionales de algunos países subdesarrollados.

2.3 Comparación de los rendimientos de los países por categoría conductual

En análisis anteriores de los datos del EAMRD se ha determinado que al agrupar las preguntas de un área por categoría conductual, los rendimientos en las preguntas de computación son mayores que los observados en las preguntas de comprensión, aplicación y análisis.

A continuación se comparan los resultados dominicanos en aritmética con los de los demás países que participaron en el SEIM agrupando las preguntas por categoría conductual.

Tabla 3. Rendimiento en las preguntas de Aritmética agrupadas por categoría conductual por tipo de escuela y a nivel internacional

Categoría Conductual	Tipos de Escuelas P	T	R	F	O	Ru	Nivel Nac.	Int.
Computación	25	27	28	47	35	27	29	57
Comprensión	20	19	18	32	19	18	19	45
Aplicación	21	22	24	33	22	20	22	53
Análisis	22	22	22	27	21	20	21	47

Los datos en la tabla anterior nos muestran que los rendimientos de la República Dominicana son sumamente bajos en las categorías conductuales señaladas. Solamente en las escuelas F se observa un rendimiento aceptable en las preguntas de computación. Si ordenamos de mayor a menor los rendimientos en las diferentes categorías conductuales, tanto a nivel nacional como a nivel internacional, tendríamos: computación, aplicación, análisis, comprensión.

En los gráficos 8-10 se comparan los rendimientos por países en las preguntas de aritmética agrupadas por categoría conductual. Solamente se consideran en los gráficos tres categorías conductuales: computación, comprensión, aplicación-análisis. En dichos gráficos las letras A, B, C, N, y F tienen los mismos significados que en los gráficos anteriores. En cada gráfico se presentan los rendimientos por países en dos categorías conductuales para que el lector pueda hacer comparaciones. El orden de los países es el mismo en cada uno de estos gráficos.

Se observa en estos gráficos que el rendimiento de República Dominicana (N) es menor que el rendimiento de todos los países que participaron en el SEIM en cada una de las categorías conductuales en las que hemos agrupado las preguntas de aritmética. Dichos gráficos también nos indican que las escuelas F sólo superan a dos países en las preguntas de computación (el país subdesarrollado C entre ellos), al país C en las preguntas de comprensión, y a ningún país en las preguntas de aplicación-análisis.

2.4 Distribución de los rendimientos por preguntas en los países subdesarrollados

Los boxplots (Velleman y Hoaglin, 1981) de los gráficos 11-15 corresponden a la distribución de los rendimientos por pregunta, en las cinco áreas de la matemática evaluadas, en los países subdesarrollados que participaron en el SEIM (1=A, 2=C, 3=B), en la República Dominicana (4=N) y en las escuelas privadas con facultad (5=F).

Los gráficos 11-15 indican que la mediana de los rendimientos nacionales en los items de aritmética, álgebra, geometría y mediciones son menores respectivamente que la mediana de los rendimientos en dichos items de los países subdesarrollados A, B, y C; en los items de estadística sucede lo mismo con respecto a los países A y C. La mediana de los rendimientos de las escuelas F sólo es mayor que la mediana de los rendimientos nacionales de uno de los países subdesarrollados en los items de aritmética, álgebra, geometría y estadística.

Obsérvese que la mayoría de los items resultaron difíciles (p<40%) para los estudiantes dominicanos. El 86% de las preguntas de aritmética fueron difíciles para los estudiantes en República Dominicana, lo cual contrasta con los porcentajes correspondientes a los países subdesarrollados A, B, C, que fueron respectivamente 46%, 38%, 59%. Más preocupante aún es el hecho de que 59% de las preguntas de aritmética resultaran difíciles para los estudiantes en las escuelas privadas con facultad (tipo F). Sin embargo, de acuerdo con el *curriculum propuesto* más del 90% de las preguntas de aritmética comunes con el SEIM eran adecuadas, es decir, que en la escuela intermedia se debía haber enseñado la matemática necesaria para contestarlas correctamente. Los boxplots en el gráfico 16 corresponden a la distribución de los porcentajes de profesores, por tipo de escuela, que consideraron adecuadas las preguntas de aritmética utilizadas. En dicho gráfico: 1=P, 2=T, 3=R, 4=F, 5=0, 6=Ru y 7=Nac. Obsérvese que de acuerdo al gráfico, más del 70% de los profesores en todos los tipos de escuelas consideraron que el 75% de las preguntas de aritmética eran adecuadas. Por lo tanto, la mayoría de los 37 items de aritmética comunes al SEIM y al EAMRD eran adecuados para los estudiantes del octavo grado o del segundo año de la Reforma.

2.5 Comparación de los rendimientos en las escuelas de la muestra

Los gráficos 17-21 contienen los boxplots correspondientes a la distribución de los rendimientos en aritmética, álgebra, geometría, estadística y mediciones de todas las escuelas en la muestra. Dichos rendimientos fueron computados utilizando todos los items empleados en el EAMRD (180). En los boxplots mencionados los números 1 a 7 tienen el mismo significado que en 2.4. Estos gráficos nos ilustran que sólo en las escuelas del tipo F existen colegios cuyos rendimientos son relativamente buenos (p>50%). Obsérvese en dichos graficos que los rendimientos de los liceos tradicionales y de la reforma son uniformemente bajos en todas las áreas evaluadas; de hecho, ninguna de las escuelas encuestadas de los tipos T y R tiene un rendimiento en cada una de las áreas evaluadas mayor que la mediana de los rendimientos de las escuelas F en dichas áreas. En cambio, existen escuelas de los tipos P, O, Ru cuyo rendimiento es mayor o igual que la mediana de los rendimientos de las escuelas F en algunas o en todas las áreas evaluadas. Es importante observar que existen escuelas privadas de los tipos F y O cuyos rendimientos son tan bajos como los observados en la mayoría de las escuelas públicas encuestadas. En consecuencia, en República Dominicana las expresiones *escuela privada* y *alto rendimiento académico* no son lógicamente equivalentes.

3. CONCLUSIONES

Los datos presentados en este trabajo demuestran fehacientemente que el producto educativo del sistema escolar dominicano es sumamente deficiente en lo que respecta al aprendizaje de la matemática. Los niveles de rendimiento en matemática al término de ocho años de escolaridad son sumamente bajos y contrastan notablemente con los rendimientos de los países desarrollados y subdesarrollados que participaron en el SEIM. Sólo en algunas escuelas privadas con facultad se observan rendimientos comparables al rendimiento promedio de los países que participaron en el SEIM. Sin embargo, cabe destacar que estas escuelas sólo atienden alrededor del 5% de los estudiantes inscritos en octavo grado y que los mismos provienen de los sectores más favorecidos económicamente en la sociedad dominicana. De manera que menos del 5% de la población escolar inscrita en el octavo grado en la República Dominicana posee un nivel de conocimientos en matemática comparable con el nivel promedio de los veinte países que participaron en el SEIM.

Muchas son las causas que han provocado esta preocupante crisis de calidad académica en las escuelas dominicanas. Pero sean cuales fueren dichas causas, deben buscarse inmediatamente soluciones realistas a la situación descrita, ya que la misma nos permite afirmar que el producto educativo de nuestras escuelas secundarias es y será sumamente deficiente. En consecuencia es y será difícil, por no decir imposible, planificar o soñar con el desarrollo científico y tecnológico de la nación dominicana.

NOTAS

1. Travers, p. 30 [Ver refrencia (19)]
2. International Asociation for the Evaluation of Educational Achievement, p. 17 [Ver referencia (4)]
3. Wolfe, p. 57 [Ver referencia (23)]

REFERENCIAS

1. Crosswhite, F.; Dossey, J.; Swafford, J.; McKnight, C.; Cooney, T. Second International Mathematics Study: Summary Report for the United States, Stipes Publishing Company, Champaign, Illinois, January 1985.

2. Chang, L.C.; Ruzicka, J. Second International Mathematics Study: Item Level Achievement Data Eighth and Twelfth Grades, Stipes Publishing Company, Champaign, Illinois, May 1985.

3. Husen, T. International Study of Achievement in Mathematics (Stockholm: Almqvist and Wiksell, 1967).

4. International Association for the Evaluation of Educational Achievement, "Bulletin 4, Second Study of Mathematics" (Urbana, Illinois: IEA, December 1979).

5. Luna, E.; González, S.; Yunén, R. "Selección de Items Cognoscitivos Utilizados en el Estudio de Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática en la República Dominicana". (Santiago, R. D.: Centro de Investigaciones UCMM, Diciembre 1982).

6. Luna, E.; González, S.;Yunén, R. "El Aprendizaje de las Fracciones Comunes en la Escuela Intermedia y en los Dos Primeros Años de la Reforma de la Educación Secundaria en la República Dominicana (Santiago, R. D.: Centro de Investigaciones UCMM, Agosto 1984).

7. Luna, E.; González, S.; Yunén, R. "El Aprendizaje de las Fracciones Comunes en la Escuela Intermedia y en los Dos Primeros Años de la Reforma de la Educación Secundaria en la República Dominicana (Santiago, R. D.: Centro de Investigaciones UCMM, Agosto 1984).

8. Luna, R.; González, S.; Yunén, R. "El Aprendizaje de la Matemática en el Octavo Grado (Plan Tradicional) y en el Segundo Año (Plan de Reforma) en la República Dominicana" (Santiago, R. D.: Centro de Investigaciones UCMM, 1984).

9. Luna, E.; González, S. "El Aprendizaje de las Razones, Proporciones y Porcientos en la Escuela Intermedia y en los Dos Primeros Años de la Reforma de la Educación Secundaria en la República Dominicana", (Mimeo, Centro de Investigaciones UCMM, Santiago, R. D., Diciembre 1984).

10. Luna, E.; González, S. "El Aprendizaje de Estadística en la Escuela Intermedia y en los Dos Primeros Años de la Reforma de la Educación Secundaria en la República Dominicana", Mimeo, Centro de Investigaciones UCMM, Santiago, R. D., Diciembre 1984).

11. Luna, E.; González, S. "El Aprendizaje de Otros Temas de Aritmética en la Escuela Intermedia y en los Dos Primeros Años de la Reforma de la Educación Secundaria en la República Dominicana", (Mimeo, Centro de Investigaciones UCMM, Santiago, R. D., Agosto 1984).

12. Luna, E.; González, S. "El Aprendizaje de Algebra en la Escuela Intermedia y en los Dos Primeros Años de la Reforma de la Escuela Secundaria en la República Dominicana", (Mimeo, Centro de Investigaciones UCMM, Santiago, R. D., Diciembre 1984).

13. Luna, E.; Yunén, R.; González, S. "Reporte Resumen del Estudio La Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática en la República Dominicana", (Mimeo, Centro de Investigaciones UCMM, Santiago, R. D., Enero 1985).

14. Luna, E.; González, S. "El Subdesarrollo como Causa de Bajo Rendimiento en Matemática: El Aprendizaje de la Matemática en la República Dominicana". Trabajo presentado en la VI Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Guadalajara, México, Noviembre 1985.

15. Mc Lean, L.D.; Raphael, D.; Wahlstrom, M. The Second International Study of

Mathematics: An Overview of the Ontario Grade 8 Study, Orbit, 67, October 1983.

16. Robitaille, David F. "Intention, Implementation, Realization: The Impact of Curriculum Reform". Paper presented at the International Conference on Comparative Studies of Mathematics Curricula. Bielefeld, West Germany, January, 1980.

17. Robitaille, D.; O'Shea, T.; Dirks, M. The Teaching and Learning of Mathematics in British Columbia, Ministry of Education, Province of British Columbia, Canada, April 1982.

18. Theisen, G.; Achola, P.; Boakri, F. The Underachievement of Cross-national Studies of Achievement, Comparative Education Review, 27, 1, February 1983.

19. Travers, Ken, "The Second International Mathematics Study: Purposes and Design". Paper presented at the IEA meeting, Tokyo, Japan, January 1978.

20. Velleman, PP.; Hoaglin, D. Applications, Basics, and Computing of Exploratory Data Analysis, Duxbury Press, Boston, Massachusetts, 1981.

21. Weinzweig, A. I.; Wilson, J.W. "Second IEA Mathematics Study: Suggested Tables of Specifications for the IEA Mathematics Test", Working paper I (Wellington: IEA, January 1977).

22. Wolfe, R.;Luna, E.; Yunén, R.; González, S. "Informe sobre el Muestreo Utilizado en el Estudio La Enseñanza y el Aprendizaje de la Matemática en la República Dominicana" (Santiago, R. D.: Centro de Investigaciones UCMM, Diciembre 1982).

23. Wolfe, Richard. "Sampling" in Bulletin 4, Second International Study of Mathematics (Urbana, Illinois: IEA, December 1979).

24. Wolfe, Richard, "Materials for the Study of the Cognitive Response in the Longitudinal, Population A Data from the IEA Second International Mathematics Study". (Toronto, Ontario: The Ontario Institute for Studies in Education, September 1983).

25. Yunén, R.; Luna, E.; González, S. "Descripción de un Plan para la Aplicación Personalizada de Cuestionarios en los Estudios Longitudinales sobre Rendimiento Educativo". (Santiago, R. D.: Centro de Investigaciones UCMM, Agosto 41984).

26. Yunén, R.; Luna, E.; González, S. "Sociología del Rendimiento en Matemática: Apuntes sobre la Metodología Empleada y Hallazgos Principales". (Santiago, R. D.: Centro de Investigaciones UCMM, 1984).

ANEXO A

GRAFICO 1

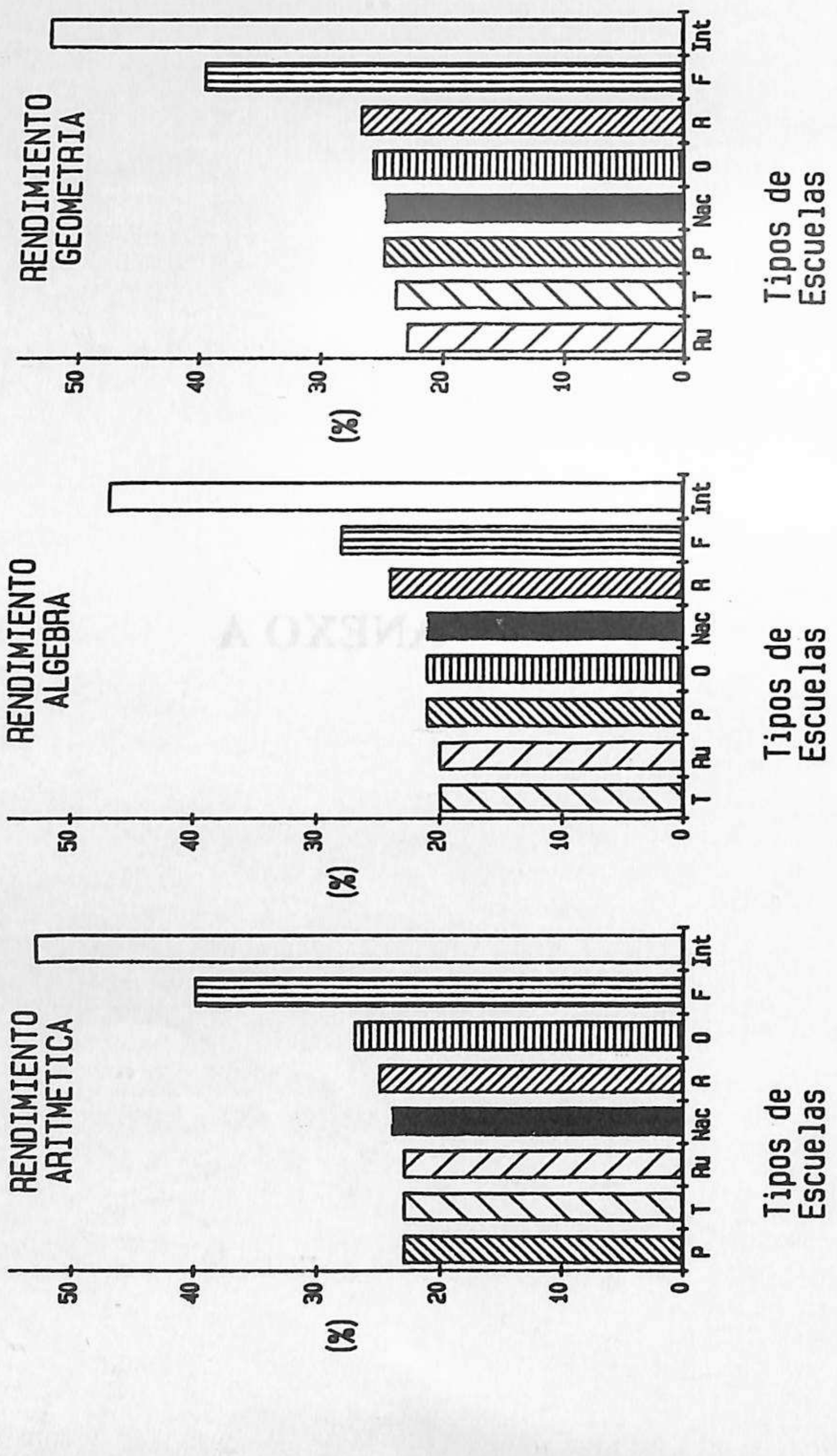

RENDIMIENTO ARITMETICA
(%)
0
10
20
30
40
50
P
T
Ru
Nac
R
O
F
Int
Tipos de Escuelas
RENDIMIENTO ALGEBRA
(%)
0
10
20
30
40
50
T
Ru
P
O
Nac
R
F
Int
Tipos de Escuelas
RENDIMIENTO GEOMETRIA
(%)
0
10
20
30
40
50
Ru
T
P
Nac
O
R
F
Int
Tipos de Escuelas

GRAFICO 2

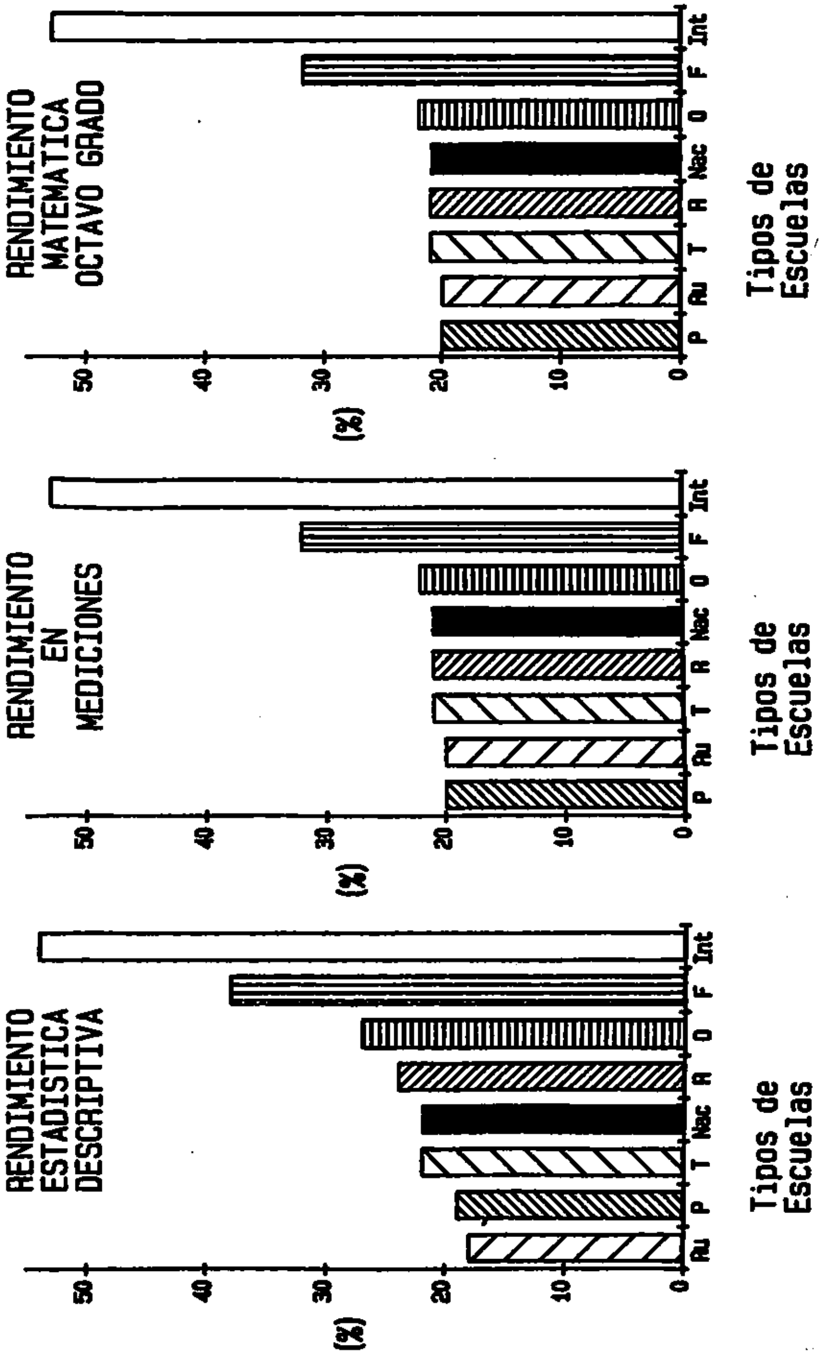

RENDIMIENTO ESTADISTICA DESCRIPTIVA
RENDIMIENTO EN MEDICIONES
RENDIMIENTO MATEMATICA OCTAVO GRADO
(%)
0
10
20
30
40
50
Ru
P
T
R
Nac
O
F
Int
Tipos de Escuelas

GRAFICO 3

RENDIMIENTO PROMEDIO EN ARITMETICA POR PAISES

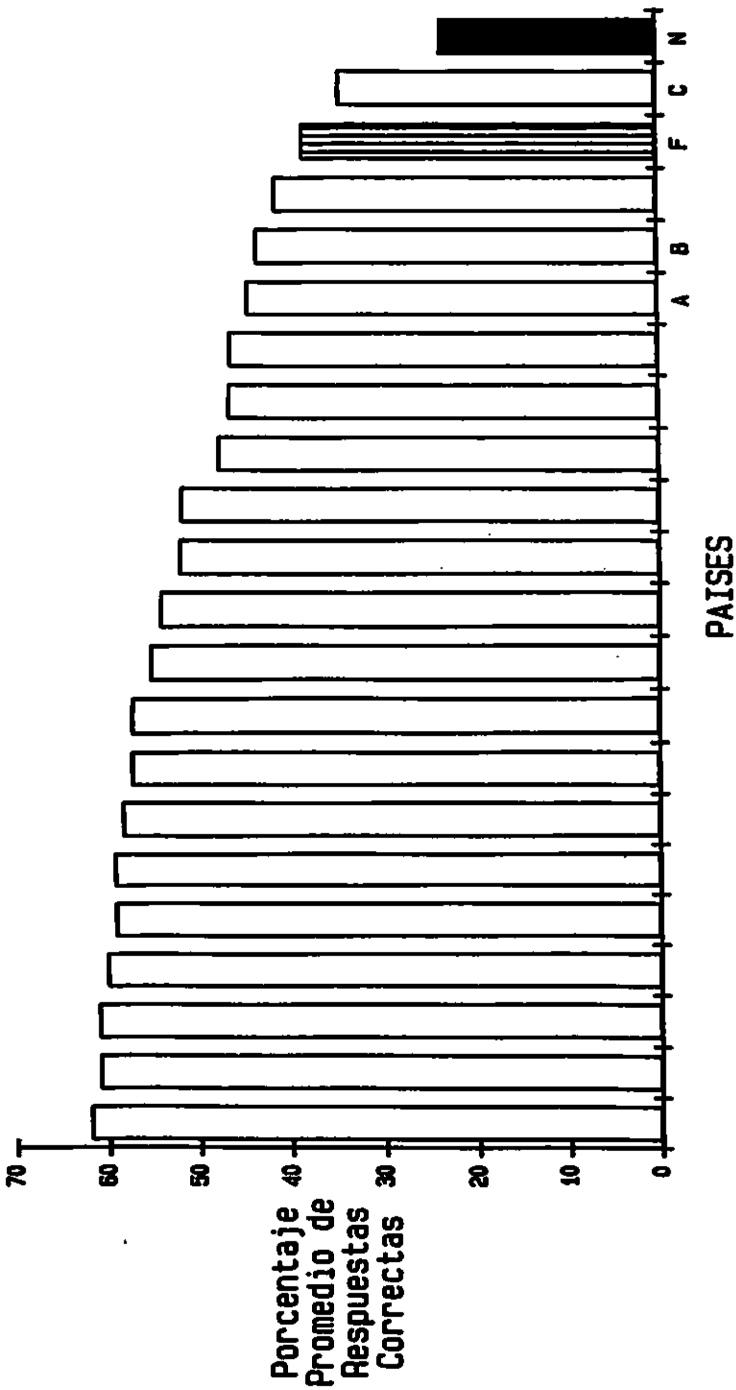


GRAFICO 4

RENDIMIENTO PROMEDIO EN ALGEBRA POR PAISES

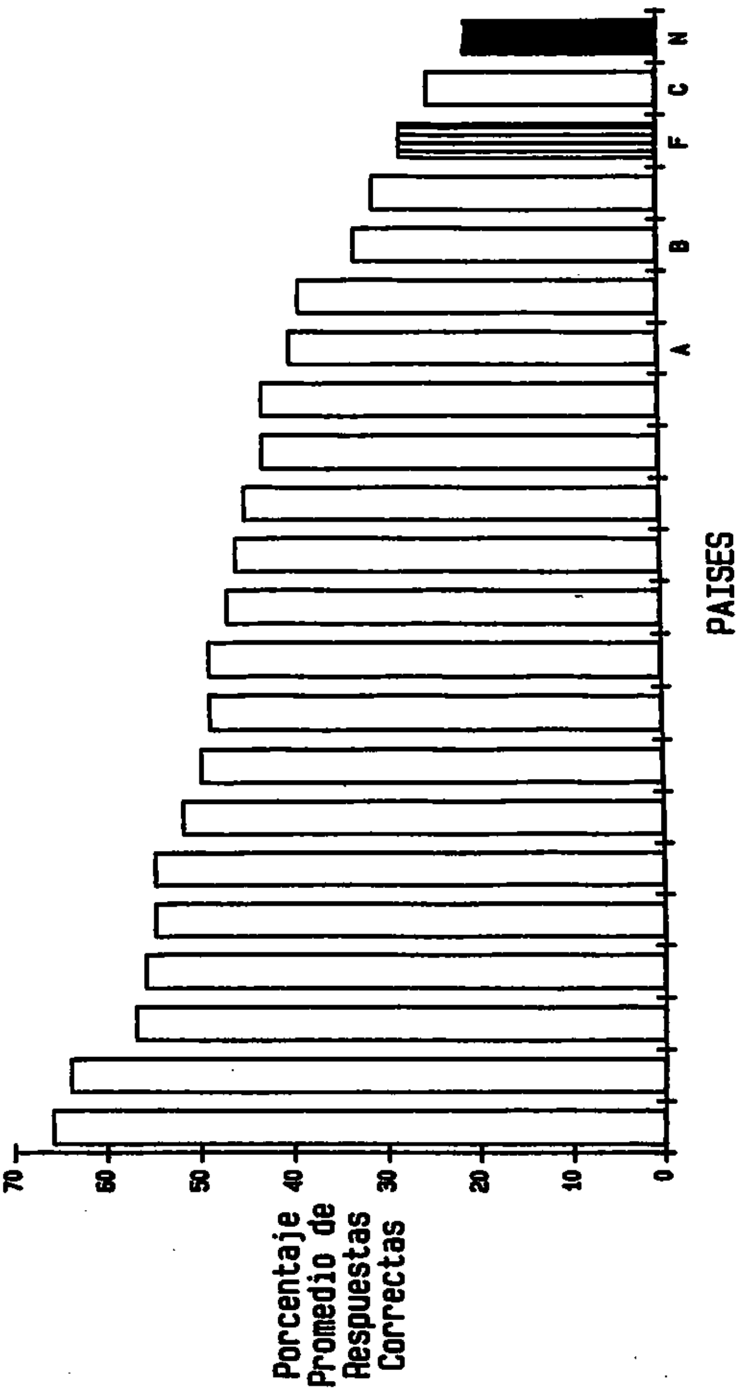


GRAFICO 5

RENDIMIENTO PROMEDIO EN GEOMETRIA POR PAISES

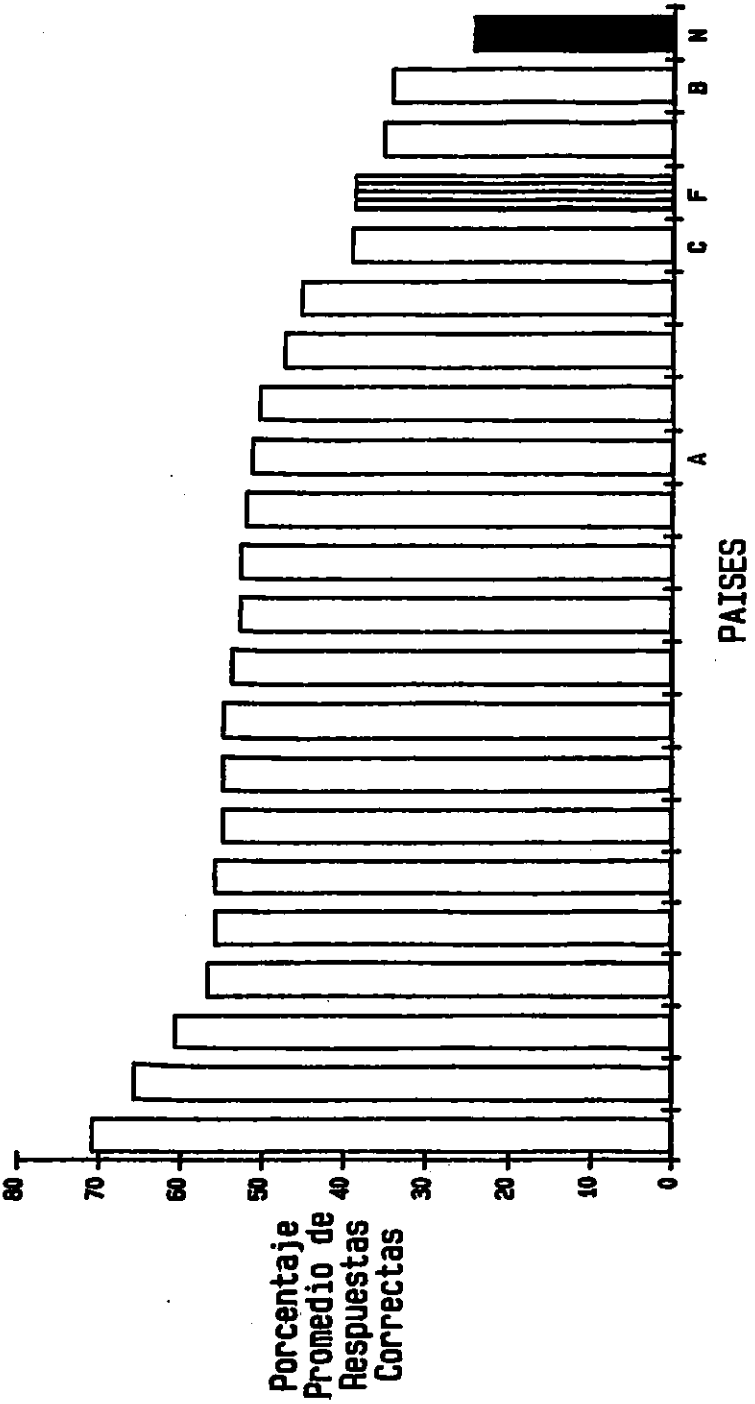


GRAFICO 6

RENDIMIENTO PROMEDIO EN ESTADISTICA DESCRIPTIVA POR PAISES

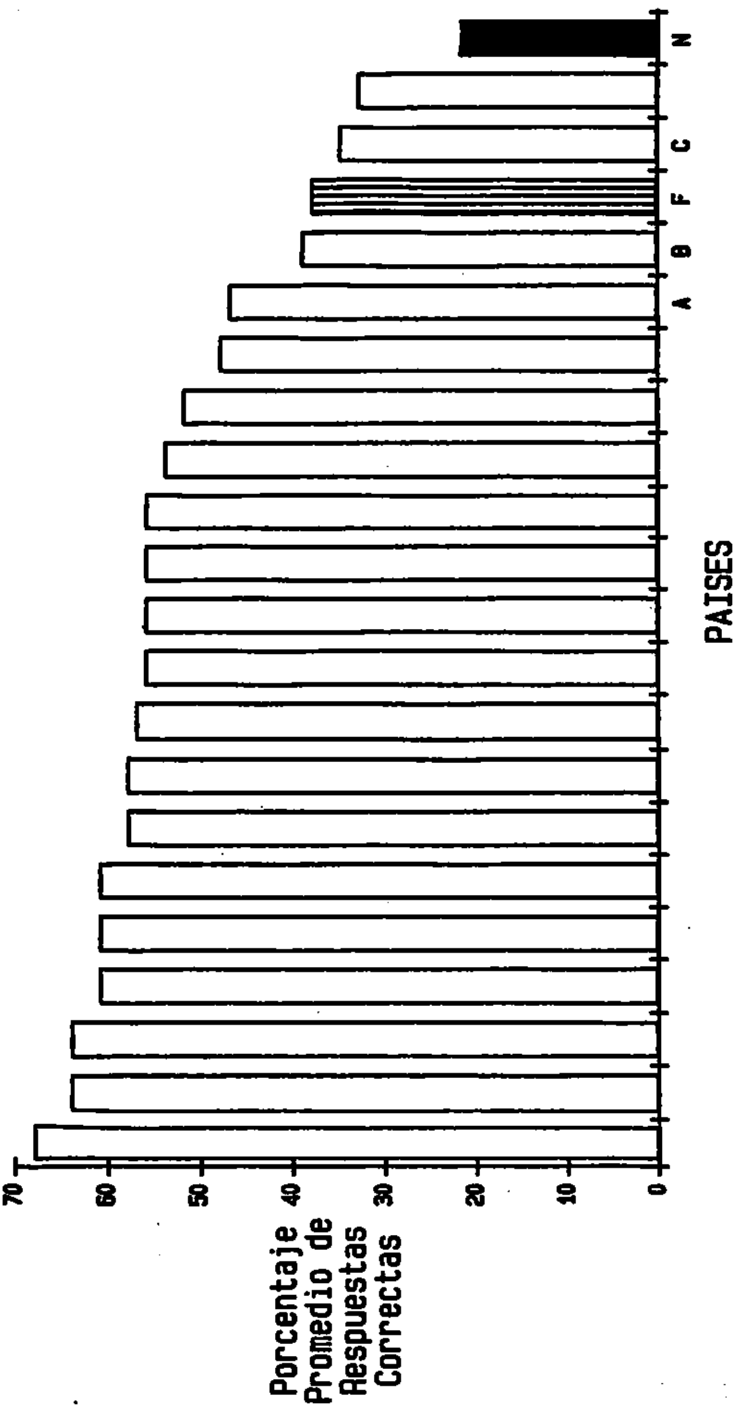


GRAFICO 7

RENDIMIENTO PROMEDIO EN MEDICIONES POR PAISES

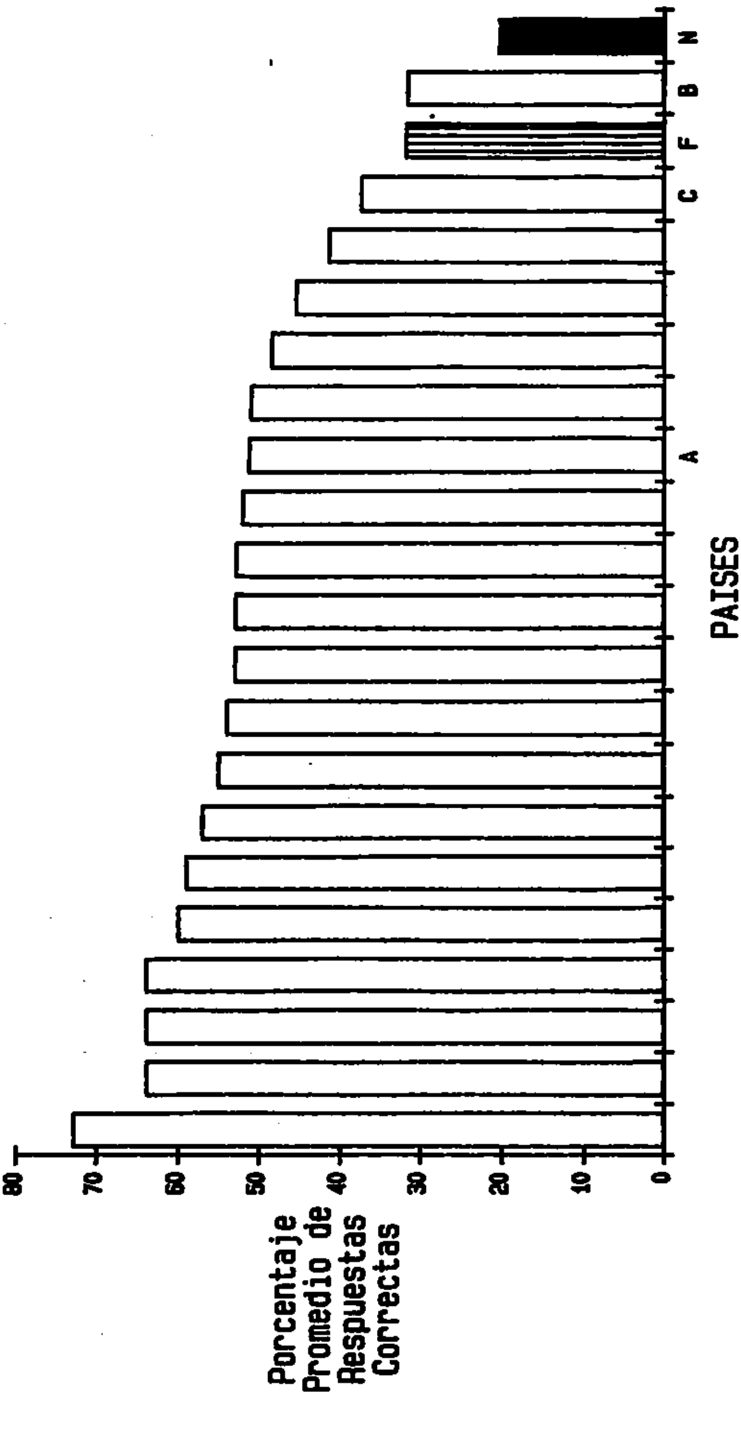


GRAFICO 8

RENDIMIENTO DE LOS PAISES EN ARITMETICA POR CATEGORIA CONDUCTUAL

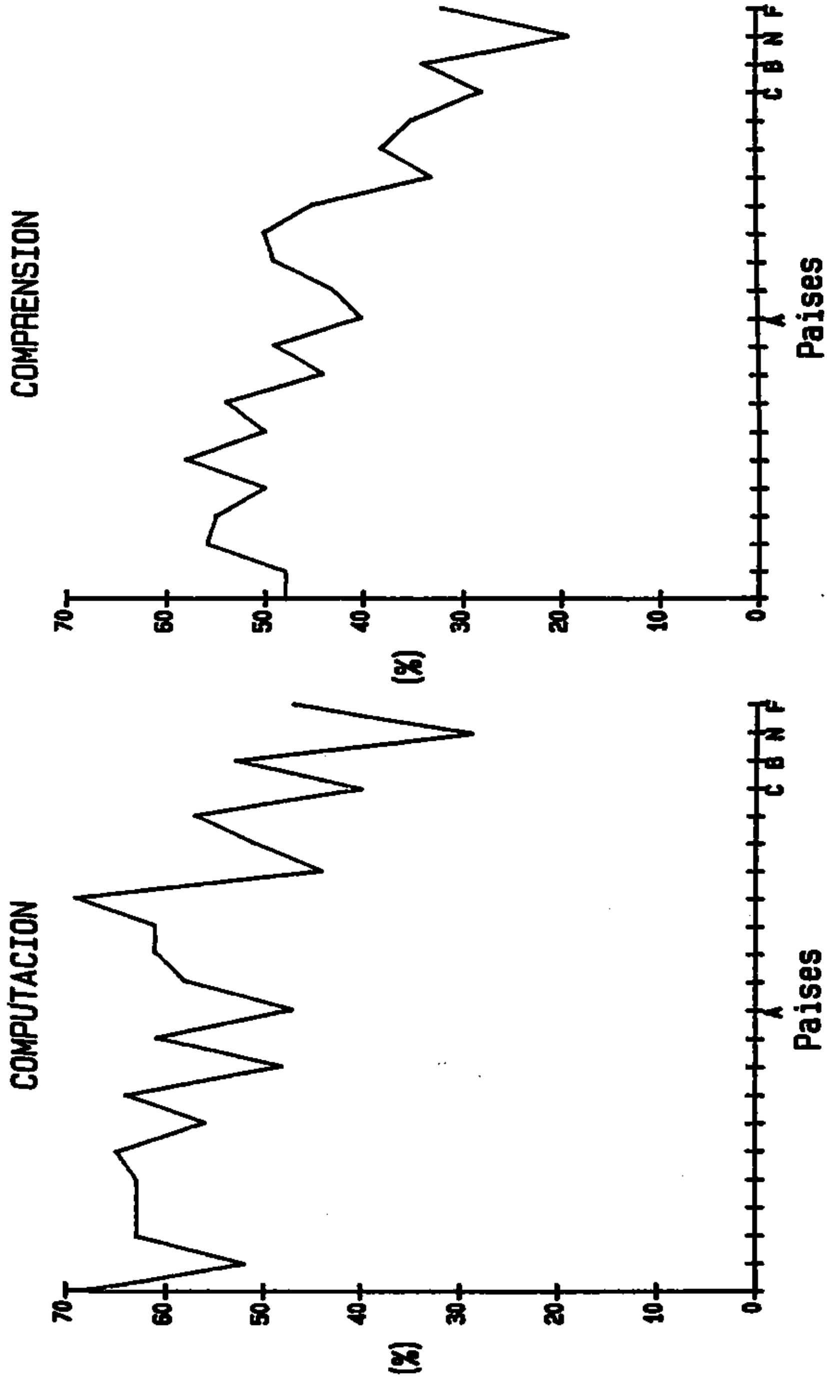


GRAFICO 9

RENDIMIENTO DE LOS PAISES EN ARITMETICA POR CATEGORIA CONDUCTUAL

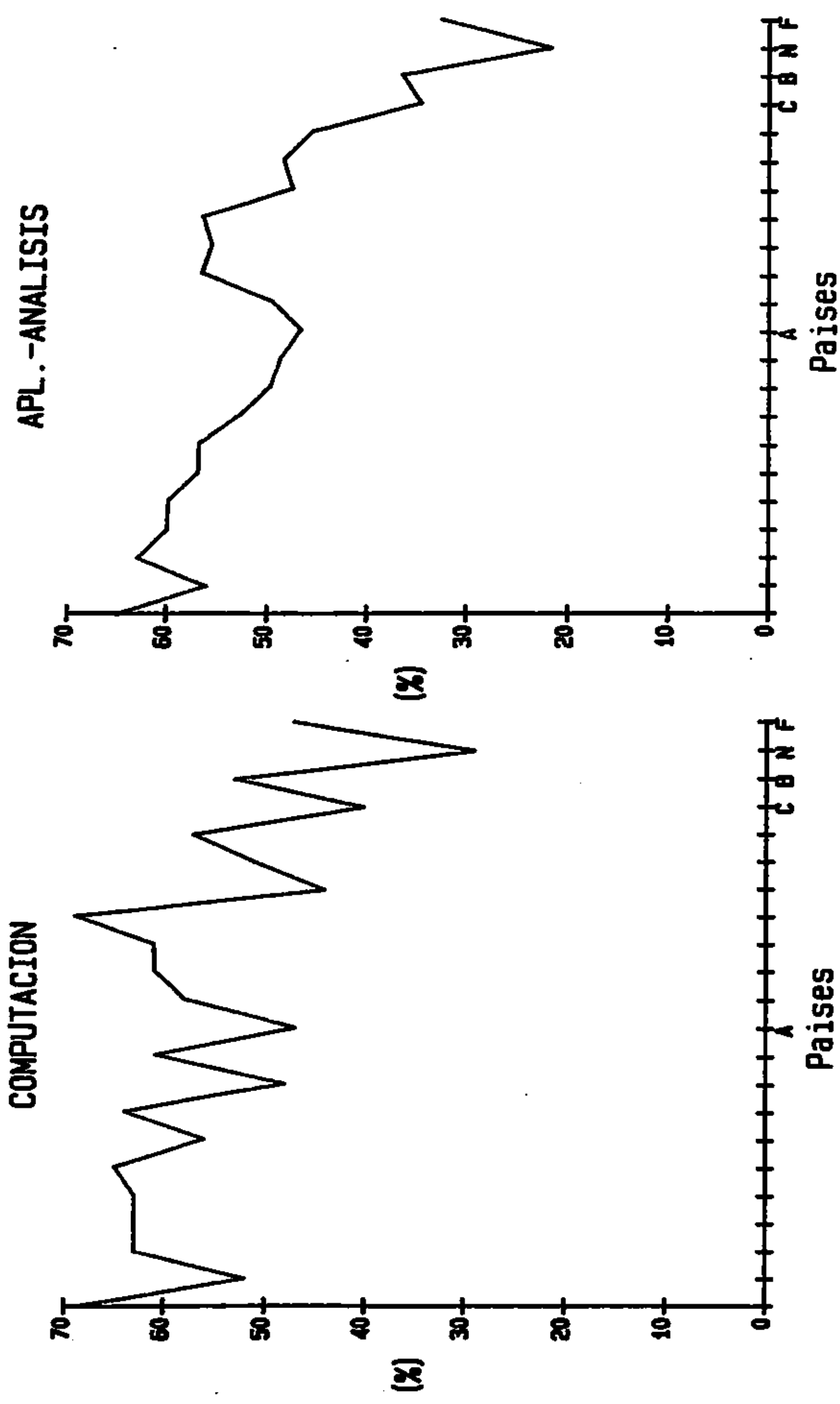


GRAFICO 10

RENDIMIENTO DE LOS PAISES EN ARITMETICA POR CATEGORIA CONDUCTUAL

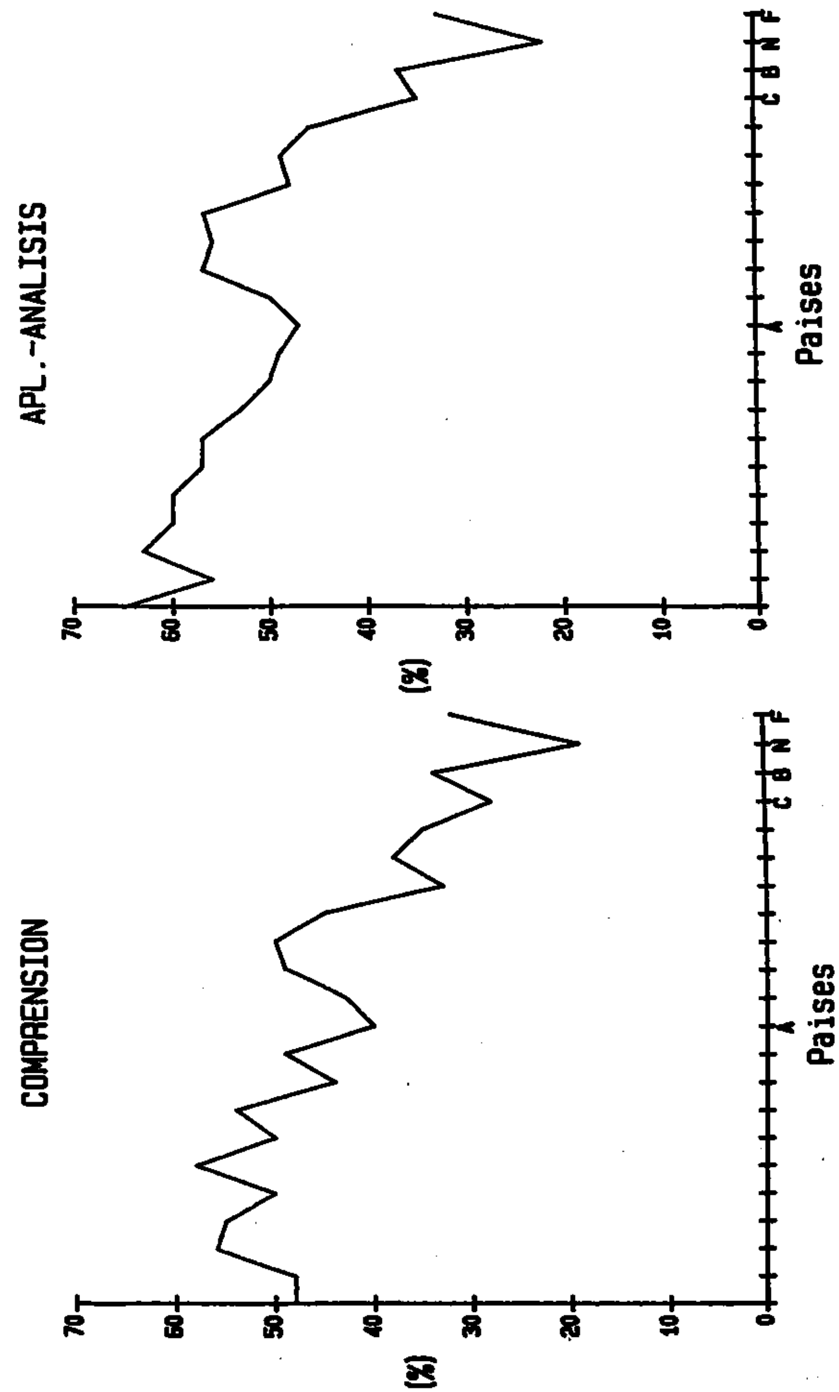


GRAFICO 11

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS EN LOS ITEMS DE ARITMETICA EN CADA PAIS SUBDESARROLLADO QUE PARTICIPO

```
                           -------------
1  -------------I    +          I-----------
                           -------------

                     --------------
2  -------I       +          I--------------
                     --------------

                        ----------------
3       -------I        +        I--------------
                        ----------------

        ---------
4  ---I     +    I--------          **
        ---------

                        ------------
5       -------I      +      I------------          *
                        ------------

             20         40         60         80
   -------+----------+----------+----------+----
```

1 = País subdesarrollado "A"
2 = País subdesarrollado "B"
3 = País subdesarrollado "C"
4 = R. D.
5 = Escuela Tipo "F"

NOTA: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20).

GRAFICO 12

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS EN LOS ITEMS DE ALGEBRA EN CADA PAIS SUBDESARROLLADO QUE PARTICIPO EN EL SEIM

```
              --------------------
1     --------I      +           I------
              --------------------

    -------------
2 --I        +  I----------------
    -------------

      ------------------------------
3 ----I     +                      I-
      ------------------------------

      --------
4     I+     I-------
      --------

          --------
5    -----I  +   I----------
          --------

      15        30         45        60
  ----+---------+----------+---------+--
```

1 = País subdesarrollado "A"
2 = País subdesarrollado "B"
3 = País subdesarrollado "C"
4 = R. D.
5 = Escuela Tipo "F"

NOTA: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20).

GRAFICO 13

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS EN LOS ITEMS DE GEOMETRIA EN CADA PAIS SUBDESARROLLADO QUE PARTICIPO EN EL SEIM

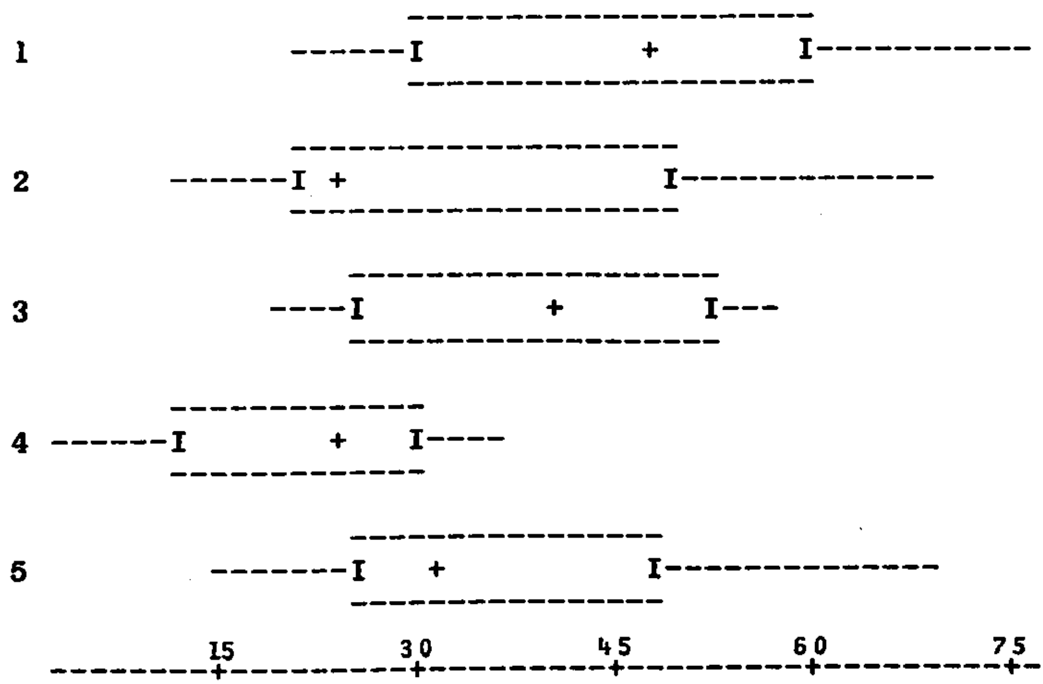
```
                         -------------
1                   -----I      +    I--------------
                         -------------

             ----------------------
2    ----------I            +       I---------
             ----------------------

              --------------
3       ------I       +    I------------
              --------------

         ---------
4   -----I+      I-------      *  **
         ---------

                  ----------------
5           ------I       +      I-------------------
                  ----------------

       15        30        45        60        75
--  -+---------+---------+---------+---------+--
```

1 = País subdesarrollado "A"
2 = País subdesarrollado "B"
3 = País subdesarrollado "C"
4 = R. D.
5 = Escuela Tipo "F"

NOTA: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20).

GRAFICO 14

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS EN LOS ITEMS DE ESTADISTICA EN CADA PAIS SUBDESARROLLADO QUE PARTICIPO EN EL SEIM



1 = País subdesarrollado "A"
2 = País subdesarrollado "B"
3 = País subdesarrollado "C"
4 = R. D.
5 = Escuela Tipo "F"

NOTA: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20).

GRAFICO 15

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS EN LOS ITEMS DE MEDICIONES EN CADA PAIS SUBDESARROLLADO QUE PARTICIPO

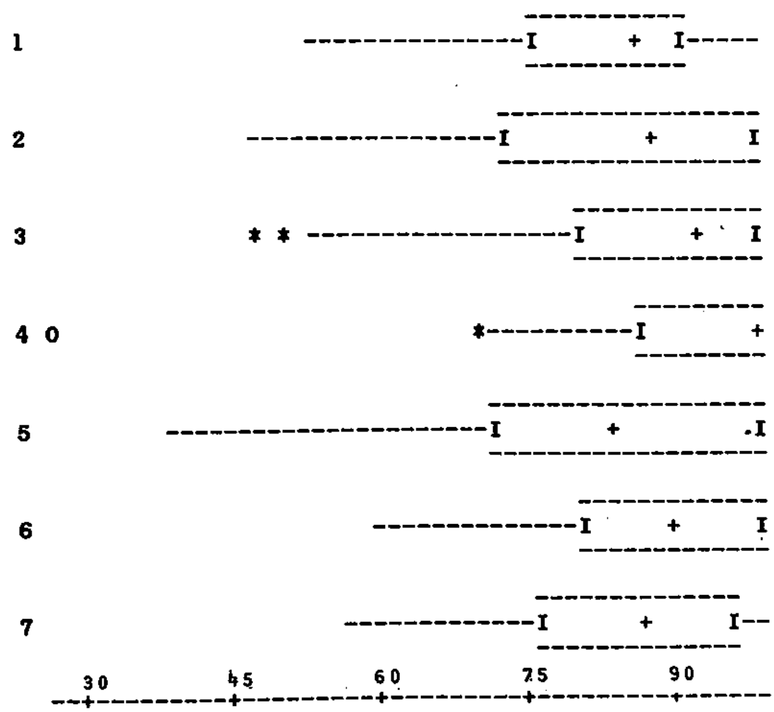
```
                      --------------------
1  ------------I             +       I---------
                      --------------------

                    ------------
2   ---------I        +      I---------------
                    ------------

                ------------
3   -----I      +       I--------------
                ------------

            -------
4    -I   +   I----          *       O
            -------

               ----------
5         --I     +     I----              *   *
               ----------

             20         40         60         80
 ------------+----------+----------+----------+---
```

1 = País subdesarrollado "A"
2 = País subdesarrollado "B"
3 = País subdesarrollado "C"
4 = R. D.
5 = Escuela Tipo "F"

NOTA: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20).

GRAFICO 16

DISTRIBUCION DE LA OPINION DE LOS PROFESORES SOBRE LA ADECUACION DE LAS PREGUNTAS DE ARITMETICA POR TIPO DE ESCUELA (%)



1 = Escuelas "P"
2 = Escuelas "T"
3 = Escuelas "R"
4 = Escuelas "F"
5 = Escuelas "O"
6 = Escuelas "Ru"
7 = "Nac

Nota: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20)

GRAFICO 17

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS DE LAS ESCUELAS EN ARITMETICA POR TIPO DE ESCUELA

```
                  -------
1            ---I   + I-----        *    O
                  -------

                     ----
2     *        --I +I-      *
                     ----

                    ---
3           * -I+I-
                    ---

                              -----
4                *        ---I + I          *          O  O
                              -----

                       ------
5           -------I  + I----         *
                       ------

                   --------
6  -------I   +    I---------
                   --------

                    --------
7  ---------I  +    I-----------*   *          O  O
                    --------
          20         30         40         50
   ------+----------+----------+----------+---------
```

1 = Escuelas "P"
2 = Escuelas "T"
3 = Escuelas "R"
4 = Escuelas "F"
5 = Escuelas "O"
6 = Escuelas "Ru"
7 = "Nac

Nota: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20)

GRAFICO 18

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS DE LAS ESCUELAS EN ALGEBRA POR TIPO DE ESCUELA

```
            -------
1  * -------I+    I------            0
            -------

        ---------
2    ---I    +   I-----
        ---------

                ----
3             --+  I----
                ----

                  ----------
4             ----I    +   I------------      * *

            -----
5   * * ----I + I---     *   *
            -----

         ---------
6 -------I    +   I----
         ---------

           --------
7 ---------I  +   I----------        *  0     0 0

       20        30        40        50        60
  -----+---------+---------+---------+---------+
```

1 = Escuelas "P"
2 = Escuelas "T"
3 = Escuelas "R"
4 = Escuelas "F"
5 = Escuelas "O"
6 = Escuelas "Ru"
7 = "Nac

Nota: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20)

GRAFICO 19

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS DE LAS ESCUELAS EN GEOMETRIA POR TIPO DE ESCUELA

```
       ------
1  ----I +  I------    *
       ------

        ----
2 * * --I +I-- *
        ----

          -----
3   * ----+   I-
          -----

              --------
4     --------I +    I           *     *        0
              --------

       -------
5   ---I  +  I----
       -------

    -------
6 --I   + I------
    -------

       ------
7 -----I +  I------  * *         0     0        0
       ------
      20        30        40        50        60
  ----+---------+---------+---------+---------+---
```

1 = Escuelas "P"
2 = Escuelas "T"
3 = Escuelas "R"
4 = Escuelas "F"
5 = Escuelas "O"
6 = Escuelas "Ru"
7 = "Nac

Nota: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20)

GRAFICO 20

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS DE LAS ESCUELAS EN ESTADISTICA POR TIPO DE ESCUELA

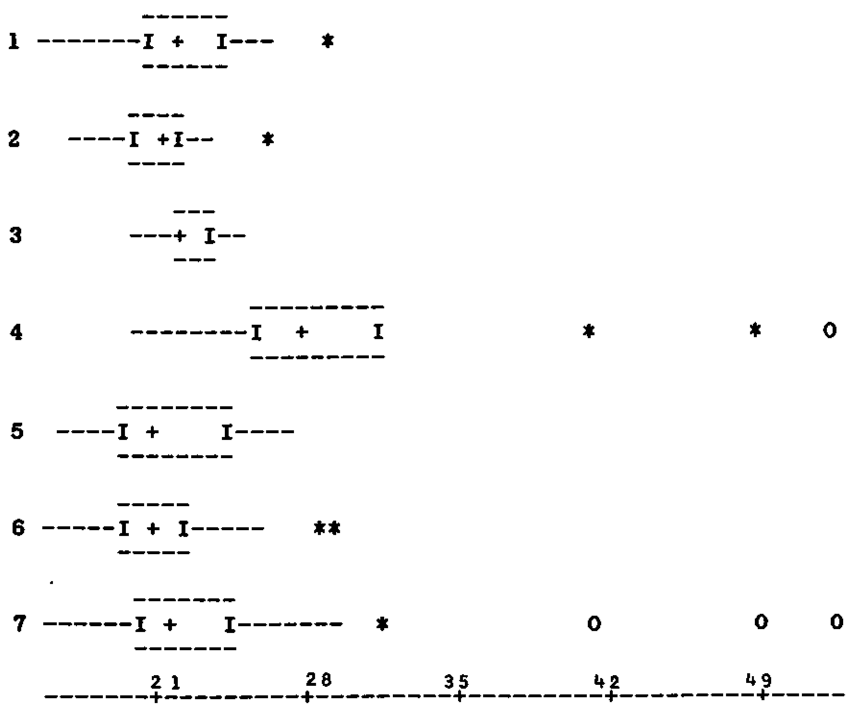
```
             ---------
1    ------I   +   I---------
             ---------

               -----
2   *       -I + I-----
               -----

               ------
3           ---I  + I----
               ------

                      ----------
4           ----------I    +   I--------      *
                      ----------

               -------
5        ------I  +  I----    *   *
               -------

        -----------
6 ------I     +   I----------
        -----------

            ---------
7 ----------I   +   I---------- * *     *     O
            ---------
           20        30        40        50
  ---------+---------+---------+---------+-------
```

1 = Escuelas "P"
2 = Escuelas "T"
3 = Escuelas "R"
4 = Escuelas "F"
5 = Escuelas "O"
6 = Escuelas "Ru"
7 = "Nac

Nota: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20)

GRAFICO 21

DISTRIBUCION DE LOS RENDIMIENTOS DE LAS ESCUELAS EN MEDICIONES POR TIPO DE ESCUELA

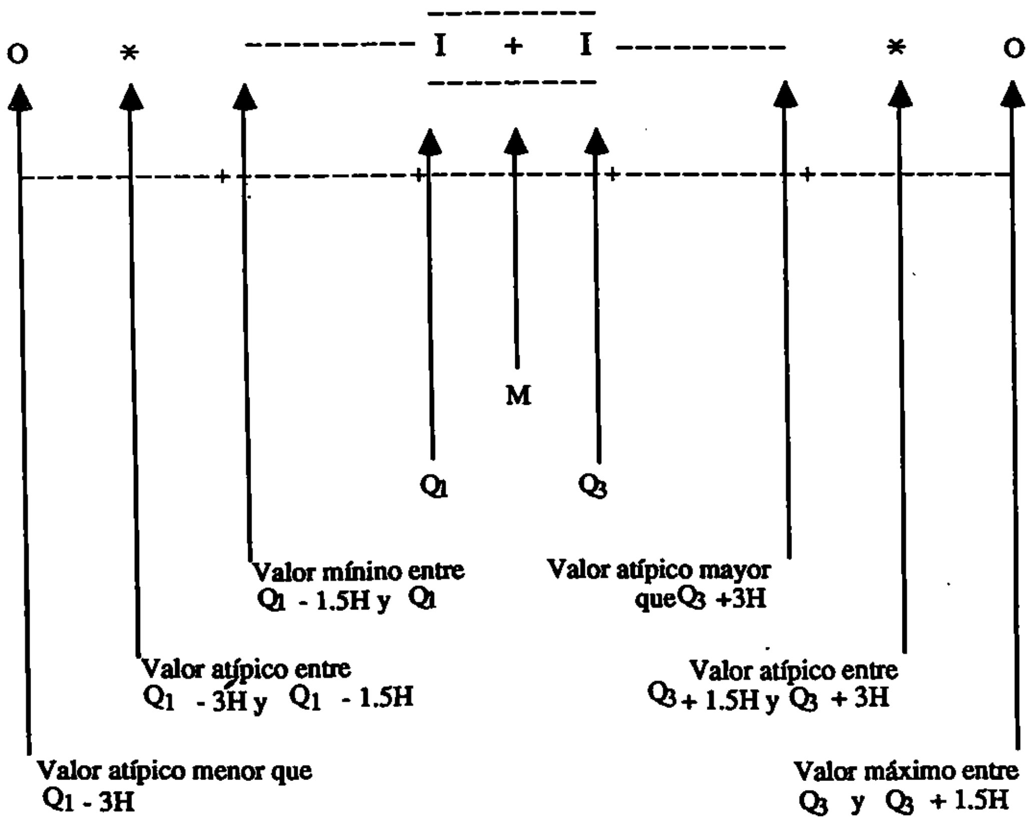


1 = Escuelas "P"
2 = Escuelas "T"
3 = Escuelas "R"
4 = Escuelas "F"
5 = Escuelas "O"
6 = Escuelas "Ru"
7 = "Nac

Nota: Para la interpretación de estos gráficos puede consultar el Anexo B o la referencia (20)

ANEXO B

INTERPRETACION DE UN BOXPLOT



Q_1 = Primer cuartil
Q_3 = Tercer cuartil
$H = Q_3 - Q_1$ (distancia intercuartil)
M = Mediana

Nota: Para más detalles sobre los boxplots puede consultarse la referencia (20) p. 65-92.

Alcances y Limitaciones de los Programas de Matemática en el Ciclo Propedéutico

Dra. Leandra Tapia de Destro
Instituto Tecnológico de Santo Domingo (INTEC)

El sector educativo universitario como elemento vital de la sociedad, por su parte en la formación de los recursos que impulsan una nación, por el impulso a la investigación y su participación en el progreso cultural, social, económico y político, tiene frente a la sociedad una gran responsabilidad, y pensamos que la conciencia de que ésta existe es la motivación que anima la celebración de este taller.

En el mundo en que vivimos, la mejor manera de medir el desarrollo de una sociedad nos es suministrada, sin duda, por la educación promedio de sus miembros y la distribución armoniosa de esta educación en cuanto a las disciplinas, métodos y técnicas empleadas.

No hace mucho, bastaba con que un hombre se pudiera expresar correctamente en su lengua nativa, supiera leer y escribir, y pudiera realizar algunos cálculos elementales con números decimales, para sentirse plenamente integrado a la sociedad en la que vivía.

Hoy, sin embargo, el panorama ha cambiado, y para sentirse un ciudadano con plenos derechos en la sociedad humana, un hombre de la segunda mitad del siglo XX debe saber situarse en el tiempo y en el espacio, y poder ubicarse en su civilización en el lugar que le corresponde entre los otros; debe saber comunicarse con otras comunidades que no sean la suya y en el lenguaje propio de éstas, y debe, sobre todo, conocer y dominar algunos de los métodos de pensamiento y de acción que constituyen el saber hacer de nuestra ciencia y nuestra técnica.

En este proceso, las matemáticas juegan un papel privilegiado: nos ayudan en la comprensión de aquello que llamamos lo real, tanto lo real físico como lo real social. Nuestras matemáticas secretan, por naturaleza, la economía de pensamiento, y por ello nos permiten clasificar, dominar y sintetizar, a veces en fórmulas muy breves, un saber que de otra manera terminaría por parecerse a un enfadoso diccionario enciclopédico terriblemente pesado.

La ciencia que nos ocupa ha sido, desde siempre, una disciplina auxiliar de las ciencias físicas y del arte del ingeniero y del arquitecto, pero para lo sucesivo las matemáticas se han convertido en una disciplina auxiliar de una buena parte de las ciencias biológicas, así como de la economía o de la linguística, y casi no hay ninguna rama de las ciencias que no recurra a ella, ya como herramienta, ya como verdadero instrumento de pensamiento. Las matemáticas son un testigo ascéptico, incluso diría esterilizado, del funcionamiento de nuestro raciocinio.

Las matemáticas son, pues, una de las llaves principales para comprender el mundo en que vivimos; sin embargo, este hecho no es enfatizado lo suficiente en nuestras escuelas secundarias y en consecuencia una de nuestras graves dificultades es que esta llave permanece todavía misteriosa para muchos hombres. Si bien para ser un matemático creador son necesarios ciertos dones y una vocación firme, para comprender las matemáticas, saber jugar con ellas y ponerlas al servicio de uno, nada de lo anterior es necesario y la puerta está, en principio, abierta a todos; aunque precisa de un trabajo sostenido con interés y de una curiosidad particular.

El presente trabajo dice relación con las matemáticas universitarias. Su propósito es motivar la discusión acerca de los alcances y limitaciones de los programas de matemáticas en el ciclo propedéutico.

A fin de cumplir con esta intervención, primeramente se describirán, en términos generales, algunos conceptos básicos relativos a la planificación, en segundo lugar, se propone cuál es el punto de vista más importante acerca de la naturaleza de los programas de enseñanza matemática a nivel de ciclo general y, por último, se sintetizan las conclusiones e implicaciones de lo que es el problema de las matemáticas, y de su enseñanza.

La Planificación universitaria

Tradicionalmente se ha designado al plan de estudios como un conjunto de asignaturas y actividades graduadas, sistematizadas y armonizadas, de manera que concurran a la obtención de un objetivo o grupo de objetivos, correspondiente a un nivel educativo.

Dentro de los esquemas de la pedagogía moderna, el plan de estudios es denominado curriculum, y se le define como *el conjunto de enseñanzas, teorías y prácticas, que han de realizar para ser promovidos los alumnos, como el orden de ellas dentro de una institución docente.*

Todos los procedimientos modernos para organizar la materia de enseñanza aspiran a que el curriculum sea orgánico y funcional. Un plan orgánico de enseñanza enlaza de un modo natural y múltiple las asignaturas o temas concretos, mediante una red de comunicaciones que permiten aproximar los contenidos más diversos del saber y de la técnica, evitando la dispersión mental de los alumnos y logrando un efecto total. Como el verdadero aprender implica una transformación graduada y valiosa de las aptitudes humanas, el curriculum orgánico concibe de peculiar modo las materias de enseñanza: éstas dejan de ser meros signos de erudición e información, y se convierten en medios eficientes para la realización de la vida presente y futura, de los aspirantes a profesionistas.

La materia de enseñanza se selecciona y ordena para crear en el alumno la mejor habilidad en las situaciones de la profesión, y el aprendizaje queda así articulado en función del círculo de experiencias actuales y posibles del alumno.

La palabra curriculum designa todo el conjunto de esfuerzos que despliega la universidad para la realización de sus fines. Ellos comprenden: un programa de cursos; un programa de investigaciones; un programa de actividades culturales, físicas y recreativas; un programa de prácticas; un conjunto de normas escritas o tácitas, que establecen un sistema de trabajo del que se desprende una atmósfera de dignidad académica y de respeto personal entre los integrantes de la universidad, y expresa, además, de manera práctica su filosofía y sus objetivos.

El campo de los conocimientos humanos es cada vez más amplio y exige mayor especialización. Pero al mismo tiempo la especialización no debe hacer perder de vista la perspectiva cultural y social en la cual ha sido posible que se den esos conocimientos y la condición esencial del hombre que los adquiere y los aplica. Dicho en otras palabras: la formación como profesional es inseparable de su formación como hombre y como miembro de una cultura, y la responsabilidad de la universidad es atender a esa formación de manera integral.

Ciclo básico a nivel general

Se designa así al grupo de cursos seleccionados por la universidad, con el fin de proporcionar al estudiante una cultura básica universitaria en las ciencias y humanidades, orientación psicológica y vocacional, que le permita seguir una especialización ulterior u orientarse a otra actividad con una formación más efectiva.

Los cursos básicos o de nivel general no se dictan, por lo tanto, en función de ninguna profesión o especialidad en particular, sino como núcleo y fundamento de toda formación universitaria. Este grupo de cursos es común a todos los programas.

El ciclo propedéutico es una modalidad de ciclo básico general; particularmente, con el ciclo propedéutico se pretende que la enseñanza en las áreas básicas contribuya a una sólida formación profesional y no a remediar las deficiencias que los estudiantes traen a la universidad.

De diferentes maneras, un número importante de universidades han pensado en el problema de una educación básica de base amplia y en las posibilidades de ensanchar las perspectivas de los estudiantes sobre el mundo y sus problemas, y proveer al mismo tiempo un estudio suficiente especializado a fin de equiparlos para sus futuras profesiones.

¿Qué se espera que un alumno haya logrado al final de un determinado sector curricular?

Fundamentalmente:

Enfoque epistemológico intradisciplinario.
1. Que revele conocimiento de los objetos esenciales que definen el ámbito del sector y comprensión de las estructuras conceptuales que se hayan elaborado sobre el mismo.

Enfoque histórico.
2. Que haya esclarecido el modo en que la inventiva humana evolucionó èl campo hasta su estado actual.

Enfoque interdisciplinario.
3. Que haya comprendido la ubicación e interrelación del sector con el resto de las líneas curriculares que integran la carrera.

Enfoque prospectivo.
4. Que haya percibido el futuro desarrollo de la disciplina a través de la variedad de interrogantes que se hubiere formulado y cuyas respuestas ofrecidas no le hubieren sido satisfactorias.

Enfoque semántico.
5. Que maneje con idoneidad los sistemas de comunicación que le sean típicos.

Enfoque metodológico.
6. Que revele un claro dominio de los instrumentos metodológicos y de los mecanismos de validación que se emplean para explorar y garantizar la legitimidad de los descubrimientos que se efectúen en el área.

Enfoque práctico.
7. Que disponga de un conjunto de habilidades y destrezas profesionales que le permitan la aplicación flexible de las técnicas que más asiduamente se emplean en el quehacer habitual del sector.

Enfoque actitudinal científico.
8. Que haya internalizado las conductas que definen el pensamiento científico.

Enfoque actitudinal ideológico social.
9. Que haya captado en su real significación los elementos axiológicos que valorizan el sector, en relación a su contribución al crecimiento socio-cultural del ser humano, y logrado comportamientos inequívocos de compromiso frente al mismo.

Enfoque actitudinal personal.
10. Que se haya realizado personalmente a través

de la experiencia intelectual y efectiva que el sector haya provisto.

Ningún tipo o nivel de enseñanza que intente satisfacer del modo más adecuado los objetivos que se hayan señalado, podrá adquirir su máxima efectividad si se lo deja totalmente librado a la inspiración de las circunstancias o a la improvisación más o menos salvadora del momento.

Por esto se hace necesaria la carta descriptiva o programa de cada asignatura; que es el documento guía de un curso o de parte del mismo.

Desarrollo de la materia, atendiendo, por una parte, al aspecto lógico de la disciplina objeto de estudio y, por otra, a la metodología que deba aplicarse en su enseñanza.

El programa permite ver la disciplina en su aspecto global y detallado, al mismo tiempo que facilita el control de su aplicación al proceso de enseñanza-aprendizaje.

En cuanto a los programas de matemáticas del Ciclo Propedéutico, debemos preguntarnos cuál es el punto de vista más importante acerca de la naturaleza de la enseñanza de la matemática y la educación matemática a nivel universitario. Pensamos que debe necesariamente proveer al estudiante de un conjunto de conocimientos que aumenten su acopio de aprendizaje y en parte le equipen para su carrera más adelante.

Pero debe tener también otro atributo más notable; inculcar en el estudiante una actitud de la mente que considera la evaluación crítica, y valores más importantes que los dogmas y que sostiene que la comprensión de los principios subyacentes es más valiosa que la acumulación de información.

Al entrar a una universidad el estudiante se ha comprometido a aceptar una rigurosa disciplina intelectual y a ser algo más que un receptáculo pasivo de información. Se suele afirmar que uno de los objetivos primordiales de la enseñanza en la educación superior es lograr que los estudiantes piensen de modo disciplinado y racional, y uno de los objetivos de casi todos los programas de matemáticas es contribuir al desarrollo del llamado pensamiento crítico. Sin embargo, la experiencia demuestra que la enseñanza de las bases de la lógica y la exposición de argumentos racionales a los alumnos tiene poca eficacia por cuanto las dificultades de aquellos radican principalmente en ideas preconcebidas o mal concebidas, cuya existencia ellos mismos ignoran. La verdad es que aprender a pensar no es faena fácil.

Podemos preguntarnos:

- ¿Son funcionales nuestros programas? en caso de no serlo
- ¿Cuáles serían las razones? ¿los contenidos?

  la ordenación de los temas? ¿los maestros? ¿o los alumnos?
- ¿En qué medida los programas contribuyen al desarrollo de la capacidad de razonamiento?
- ¿En qué medida nuestros programas de matemáticas generales contribuyen a la formación integral de los estudiantes?

Al hacernos estas preguntas, sólo queremos invitar a la reflexión. No pretendemos hacer aquí un elenco de los contenidos de los programas de matemáticas de los Ciclos Básicos generales de las diferentes universidades, pues cada universidad tiene unos objetivos de formación profesional que le son propios, y hará énfasis en un tipo de formación profesional que será su característica o etiqueta.

Lo que queremos enfatizar es que si en un programa del Ciclo Propedeútico, aparecen, por ejemplo, las relaciones y las estructuras, no deberían aparecer como objeto de estudio en sí mismo y por sí mismo, sino como punto final de un proceso que ponga en evidencia las *analogías* *estructurales* entre situaciones muy dispares en las cuales tiene relevancia la operatividad de la matemática que viene enseñada.

Ya que el Ciclo Propedeútico es común a todas las carreras, quizás se deberían incluir objetivos acerca de cómo las matemáticas, de hecho, se relacionan con otras disciplinas.

Nos permitimos hacer una sugerencia de objetivos de la enseñanza de la matemática a nivel Propedeútico.

Objetivo

1. Conocimiento del lenguaje de la matemática.
   Actividad: clases prácticas.
2. Conocimiento de los conceptos fundamentales.
   Actividad: clases, lecturas básicas.
3. Conocimiento de una muestra representativa del conjunto básico.
   Actividad: clases, lecturas básicas.
4. Conocimiento de técnicas matemáticas de importancia.
   Actividad: uso contínuo de las habilidades matemáticas; contínuas demostraciones de cómo se usan las matemáticas.
5. Conocimiento de las posibles aplicaciones de la matemática en otras ciencias.
   Actividad: preparación de proyectos; uso de recortes de prensa pára discusión.
6. Conocimiento de las interrelaciones de la matemática.
7. Introducción al conocimiento del pensamiento matemático.
   Actividad: a través de lecturas, discusiones, paneles.
8. Conocimiento de algunos tópicos de matemática contemporánea.
   Actividad: conferencia, películas, documentales.
9. Obtención de datos.
   Actividad: mediante informaciones obtenidas en lecturas, etc.
10. Plantear problemas.
    Actividad: el profesor podrá evaluar la calidad de los diseños requeridos.
11. Evaluar la solución de problemas indicando cuándo se ha obtenido el resultado correcto.
12. Valoración de la fiabilidad del trabajo de los demás.
    Actividad: discusión en clase acerca del trabajo de otros estudiantes. ¿Se hicieron críticas importantes?
13. Interpretación y aplicación.
    Actividad: trabajo de proyecto.
14. Propiciar la comunicación.
    Actividad: argumentar de manera convincente y efectiva en la discusión, exámenes orales, tutorías. Ampliar apuntes de clases magistrales.
15. Capacidad de juicio.
    Actividad: reconociendo los presupuestos explícitos en un párrafo de trabajo escrito y comprendiendo sus consecuencias.

    A la vista de un párrafo de trabajo escrito, a un nivel adecuado, puede ser capaz de extraer y demostrar en él los presupuestos básicos, explícitos e implícitos.

¿Qué podemos concluir de esta discusión? Las matemáticas, su rigor de análisis, su poder manifestado en la extensión y la diversidad de sus aplicaciones, se han transformado radicalmente por medio de la reflexión sobre sí misma y mediante su análisis de lo real. A mi parecer, se trata, para nuestra sociedad, de una mutación intelectual que se ha producido a un ritmo que sobrepasa con mucho la lenta renovación de las generaciones humanas. El imperio de las *ideas* *hechas* ha terminado, y en todo el mundo nos enfrentamos a un importante y difícil problema: es necesario, en lo sucesivo, preparar a nuestros estudiantes no sólo a comprender, sino a utilizar las matemáticas de nuestro tiempo en su nuevo sentido.

Lo arriba anotado no es válido sólo para los futuros matemáticos profesionales, puros o aplicados, lo es también para el futuro ingeniero, economista, urbanista, investigador en genética, lingüística o psicólogo, y para aquel que está envuelto en cualquier grado que sea, en la gestión de negocios. Las matemáticas son necesarias, diría yo, para nuestros futuros ciudadanos, quienquiera que ellos sean, si queremos que se muevan con naturalidad y sin desconfianza en el mundo cotidiano; que se sirvan efectivamente de los poderosos instrumentos puestos a su disposición por la informática, y que recurran a métodos y técnicas que puedan ayudarles en su desarrollo personal.

El problema de las matemáticas, y de su enseñanza, se ha convertido en el primero, y quizá el más importante de los problemas mundiales de la educación, y no es, por cierto, una casualidad el que en la mayoría de los países se está presentando -sobre todo en los últimos años- y es de esperarse que en el futuro haya una evolución más o menos brusca de los contenidos y métodos de enseñanza. No hay ni puede haber una concepción definitiva y cómoda de las llamadas matemáticas elementales, fin en sí, perfección cerrada sobre ella misma, y que bastaría únicamente con purificar a la luz de experiencias pedagógicas. Por otra parte, enseñar a los no matemáticos a servirse de la eficacia de ciertas técnicas matemáticas disponibles, bien sea de estadística y probabilidad, bien de *programas*, se ha convertido en una verdadera necesidad pública. Por tanto, no se trata aquí para los matemáticos de no sé qué *imperialismo* absurdo. Si bien es cierto que hay pocas disciplinas que no requieren de la ayuda de las matemáticas, estas disciplinas no podrán proveerse de los pensamientos básicos necesarios. Saber emplear las matemáticas consiste también en no hacerlas decir más de lo que pueden y exponer claramente las proposiciones propias a cada disciplina de manera adecuada. De proposiciones demasiado alejadas de la realidad no pueden obtenerse, matemáticamente o no, más que tonterías.

No hay que temer alguna cierta pérdida de libertad en un mundo un poco más ordenado matemáticamente, es decir, racionalmente. Con frecuencia se ven surgir las reglas y las leyes no para comprender las motivaciones y presentarlas armoniosamente con lo natural, sino para manejar lo cincunstancial y crear un mundo sometido. Bien empleada, una aproximación que dé cuenta racionalmente de una parte del mundo real, puede proporcionar más libertad y justicia.

Conferencia sobre Economía Matemática

Carlos Dreyfus
Universidad APEC

Introducción

Si nos remontamos al inicio de la historia escrita, podríamos afirmar, sin temor a dudas, que los avances culturales y científicos han dependido en gran medida del uso de los símbolos. En realidad la historia de la civilización puede considerarse como la historia del uso, cada vez más sofisticado, que el hombre hace de los símbolos.

Ahora bien cuando los símbolos representan conceptos esencialmente cuantitativos, la matemática resulta útil y de hecho, indispensable para analizar con cierto grado de certeza las relaciones entre estos, y es que siendo la matemática una rama de la lógica sobre una estructura sistemática; es un instrumento eficaz para estudiar fenómenos de tipo cuantitativos.

Matemática pura - matemática aplicada

A mi humilde entender resultaría conveniente, antes de entrar de lleno en el tema que nos atañe, establecer las marcadas diferencias entre la matemática pura y la aplicada y la utilización de ésta última en el mundo económico.

La matemática aplicada difiere de la matemática pura en un aspecto muy importante, en la matemática pura los símbolos representan conceptos abstractos cuyas propiedades se fijan por definición, mientras que en la matemática aplicada muchos símbolos representan variables que se observan en el mundo real; las propiedades de estas variables deben determinarse por observación, no por definición abstracta y luego establecerse en forma matemática. Además, en la matemática aplicada puede determinarse la precisión empírica de las deducciones. Por lo tanto el análisis matemático aplicado se basa en definiciones determinadas empíricamente. Los análisis matemáticos, puro y aplicado, difieren solamente en cuanto al aspecto empírico de las definiciones y supuestos de las conclusiones, no en cuanto a los métodos de deducción.

Por cuanto la economía se relaciona con conceptos que son de naturaleza esencialmente empírica y cuantitativa, por ejemplo, precio, costo, escalas de salarios, inversión, renta y beneficio, gran parte del análisis económico es ineludiblemente matemático en su naturaleza. Gran parte del análisis económico es entonces aplicado.

En el análisis económico, como ocurre en general en la matemática aplicada, las deducciones obtenidas se interpretan y se evalúan empíricamente. A este respecto debe anotarse que si las deducciones que siguen a un conjunto de definiciones y supuestos no son correctas con relación a la observación empírica, el análisis matemático, (si se realiza correctamente), no es responsable de ello y la dificultad debe hallarse en las definiciones o hipótesis. La matemática capacita al economista para ser preciso al definir las variables pertinentes, para plantear con claridad las hipótesis hechas, para ser lógico en el desarrollo del análisis verbalmente. Sin embargo ella no evita, y no puede hacerlo, la omisión o la definición empíricamente incorrecta de las variables pertinentes, ni puede evitar los principios o hipótesis incompletos o empíricamente incorrectos.

El análisis matemático toma las definiciones y supuestos tales como se dan y obtiene las conclusiones que se desprenden lógicamente de ellas. Así el análisis matemático es por naturaleza lógico no empírico y puede considerarse responsable de las conclusiones sólo en cuanto a su validez lógica, dadas las definiciones y suposiciones en que ellas se basan, y no en cuanto a su exactitud empírica.

Por tanto, si se realiza correctamente el análisis matemático, pero las conclusiones son empíricamente incorrectas, deben examinarse las definiciones y suposiciones en cuanto a exactitud y suficiencia. Por suministrarle una estructura sistemática para reducir conclusiones empíricamente verificables, el análisis.matemático ayuda al economista a determinar la precisión de sus definiciones e hipótesis; si las conclusiones son insostenibles, deben examinarse y revisar las definiciones e hipótesis.

La naturaleza de la economía matemática

Luego de hacer las precisiones que precedieron, me voy a permitir apuntalar algunos criterios sobre economía matemática y su relación con la econometría:

La economía matemática no es una rama de la economía, en el sentido en que lo son las finanzas públicas o el comercio internacional. Más bien es un enfoque del análisis económico, en virtud del cual el economista emplea signos matemáticos para formular su problema y recurre también a teoremas matemáticos conocidos para facilitar su razonamiento. Si tomamos la expresión economía matemática en su sentido más amplio, podemos decir en verdad que todo texto elemental de economía es hoy un ejemplo de economía matemática, en la medida en que utiliza con frecuencia métodos geométricos para obtener resultados teóricos.

Por ejemplo para analizar las leyes fundamentales del mercado; esto es oferta y demanda, podríamos recurrir a la ecuación de la línea recta:

$$X_s = a - b(y) \qquad X_d = -c + d(y) \qquad \left\{ \begin{array}{lcl} X_s & = & \text{Demanda} \\ y & = & \text{Precio} \\ X_d & = & \text{Oferta} \\ y & = & \text{Precio} \end{array} \right.$$

De igual forma podríamos representar, aunque muchos economistas plantean que la ley de Juan B. Says es un tanto otópica para países del tercer mundo, el equilibrio de mercado. (Con n artículos).

Así como la ley de consumo:

$$C = a + b(x) \qquad \begin{array}{lcl} a & = & \text{Consumo} \\ b & = & \text{Propensión marginal de consumo} \\ x & = & \text{Ingresos disponibles} \end{array}$$

Es preciso indicar, que el empleo de la expresión economía matemática, no se limita a esta rama de la matemática, sino que se aplican técnicas matemáticas que van más allá de la simple geometría, como son el álgebra de matrices, el cálculo diferencial e integral, etc.

Temas económicos como equilibrio de mercado con n variables, análisis de insumo-producto, demanda final, producción de transporte podrían ser enfocados con certeza a través del álgebra de matrices.

Así como problemas de costo total, costo promedio, costo marginal, ingreso total, ingreso promedio, ingreso marginal, ingreso por concepto de impuesto, ganancia en un mercado monopolista, etc. son tratados en claridad mericiana por el cálculo diferencial.

Ingreso por concepto de impuesto

$$\left.\begin{array}{l} D)\ 2_y + x - 14 = 0 \\ O)\ 12_y - 4_x - 9 = 0 \end{array}\right\} \text{antes del impuesto}$$

$(7 - x/2 = 3/4 + x/3)$

$$\left.\begin{array}{l} D)\ 2_y + x - 14 = 0 \\ 0)\ 12_y - 4_x - 9 + t = 0 \end{array}\right\} \text{después del impuesto}$$

$(7 - x/2 = 3/4 + x/3 + t)$

Ganancia en el mercado monopolista

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Función de demanda} = y + 2x + 4x^2 - 26 = 0 \\ \text{Función de costo promedio} = y = x + 8 \end{array}\right.$$

Función de ganancia =

Las aportaciones del cálculo integral no tienen nada que envidiarle a las del diferencial, temas como renta, consumo y ahorro nacional, excedente del consumidor, excedente del producto, ingresos vs. costos, etc. se pueden abordar con relativa facilidad.

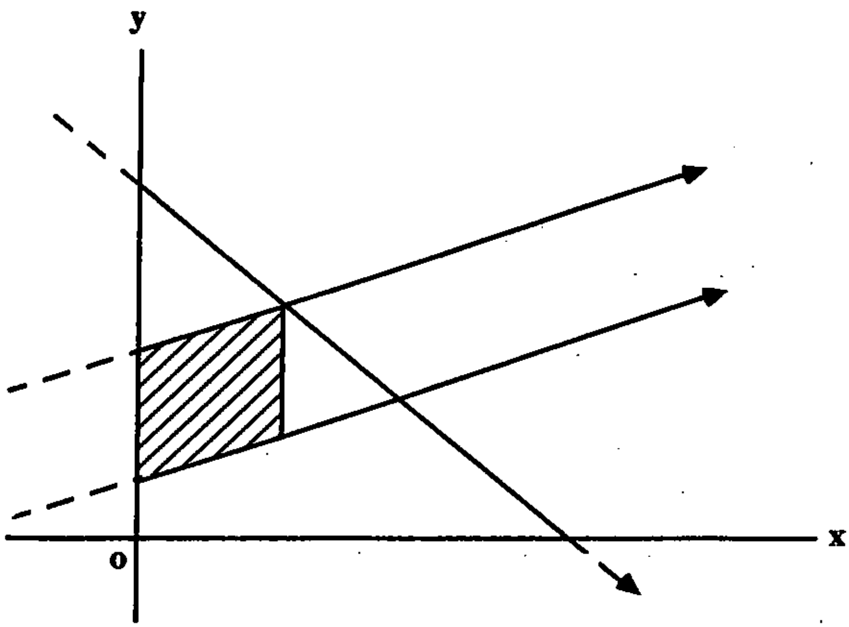
Renta, consumo y ahorro nacional

$$\left\{\begin{array}{l} X = \text{Renta} \\ C = \text{Consumo} \\ S = \text{Ahorro} \end{array}\right.$$

$dc/dx = (1 - ds/dx)$

$dc = (1 - ds/dx)dx$

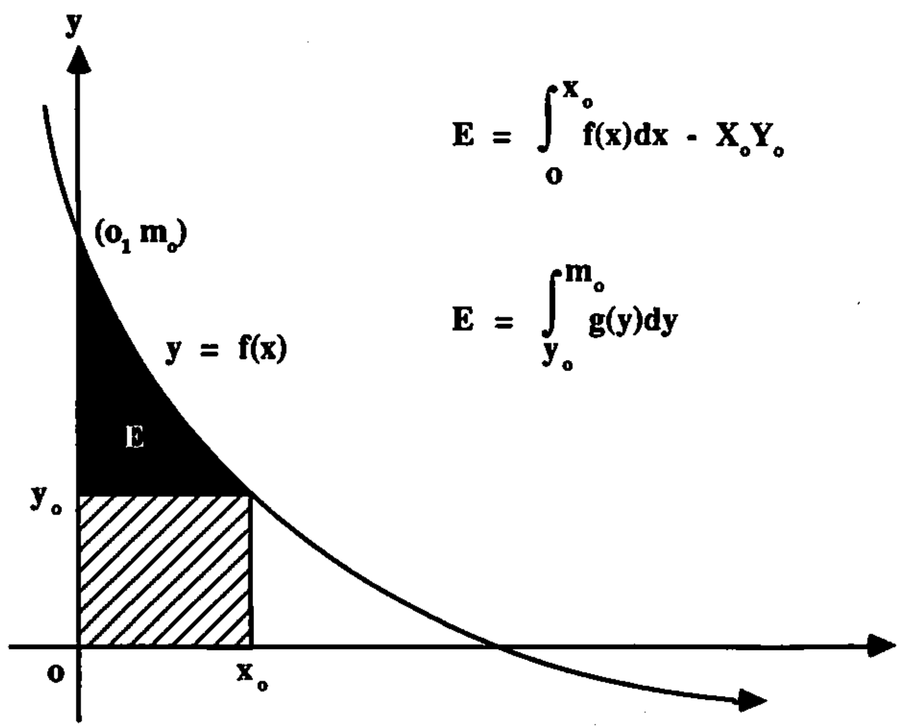
$C = X - S$



Excedente del consumidor

$$\begin{cases} X_o = \text{Cantidad equilibrio} \\ Y_o = \text{Precio de equilibrio} \\ M_o = \text{Precio máximo} \end{cases}$$

La cantidad que consumirán aquellos demandantes que estarían en disposición de pagos por encima del precio que prevalece en el mercado de equilibrio se podría expresar por la siguiente integral:



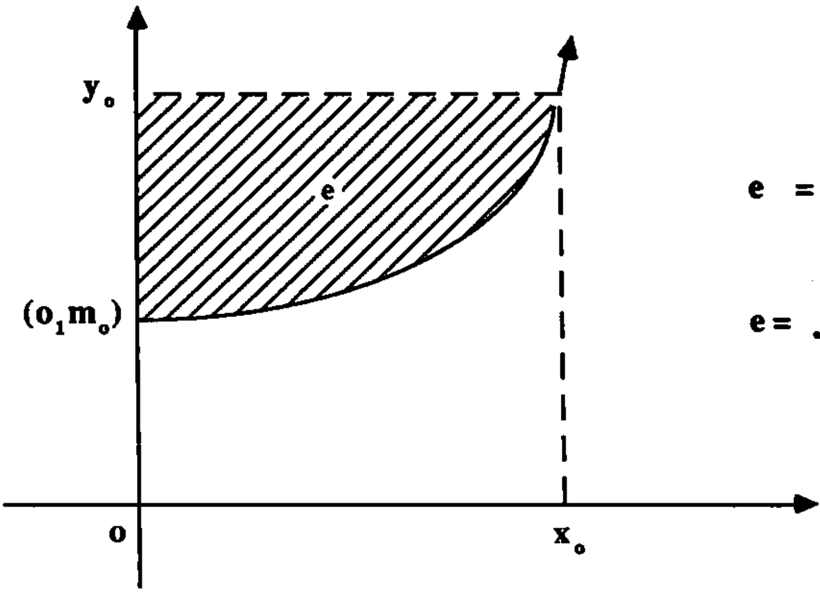
$$E = \int_{0}^{X_o} f(x)dx - X_o Y_o$$

$$E = \int_{y_o}^{m_o} g(y)dy$$

Excedente del productor

Las ganancias que obtendrían los productores que están en disposición de vender por debajo del precio de equilibrio se podría obtener por la integral de la curva Y = f(x) ó x = g(y).

$$\begin{cases} X_o = & \text{Cantidad de equilibrio} \\ Y_o = & \text{Precio de equilibrio} \\ M_o = & \text{Precio de producción} \end{cases}$$



$$e = Y_oX_o - \int_0^{X_o} f(x)dx$$

$$e = \int_{m_o}^{y_o} g(y)dy$$

La economía matemática frente a la no matemática

Puesto que la economía matemática no es sino un enfoque del análisis económico, no debe diferir -ni en verdad difiere fundamentalmente- del enfoque no matemático. El propósito permanente de todo análisis teórico, cualquiera que sea el método que se siga, es extraer un conjunto de conclusiones o teoremas de un conjunto dado de supuestos o postulados, mediante un proceso de razonamiento. La diferencia principal entre la *economía matemática* y la llamada *economía discursiva* reside en que en la primera los supuestos y conclusiones se formulan utilizando símbolos matemáticos y no palabras, ecuaciones y no proposiciones; además, reemplaza en el razonamiento la lógica discursiva por los teoremas matemáticos, y son muchos los que puede utilizar. Dado que los símbolos y las palabras son realmente equivalentes (como lo demuestra el hecho de que aquellos suelen definirse con palabras), poco importa que se utilicen unos u otras; pero es quizás indiscutible que los símbolos resultan más convenientes para el razonamiento deductivo, y que sin duda permiten formular enunciados más concisos y exactos.

La opción entre lógica discursiva y lógica matemática tampoco reviste mucha importancia, pero la matemática tiene la ventaja de obligar al analista a exponer en forma explícita sus supuestos en todas las etapas del razonamiento. Ello se debe a que los teoremas matemáticos suelen adoptar la forma *si... entonces...*, de manera tal que para extraer el resultado del teorema que quiere demostrar (la segunda parte de la cláusula), el analista debe asegurarse de que la primera parte (o condición) se ajusta a los supuestos explícitos adoptados.

¿Qué decir de los métodos geométricos como instrumento de análisis? La geometría es, por supuesto, una rama de la matemática, y dondequiera que la utilicemos habremos abandonado de plano el reino de la economía discursiva. Una ventaja decisiva del análisis geométrico es su carácter visual, que lo hace relativamente fácil de percibir y comprender. Por desgracia, tal ventaja está más que oscurecida por sus graves limitaciones dimensionales. Recordaremos que en el análisis gráfico corriente de las curvas de diferencia, por ejemplo, se suele partir del supuesto de que sólo hay dos bienes a disposición del consumidor; por cierto que no adoptamos de buen grado este supuesto simplificador, sino que nos vemos obligados a hacerlo, pues es demasiado difícil trazar un gráfico tridimensional, y absolutamente imposible construirlo en cuatro o más dimensiones. Para plantear el caso más general de 3, 4 o n bienes debemos recurrir a instrumentos más flexibles, como las ecuaciones. Esta razón bastaría por sí sola para justificar el estudio de métodos matemáticos más avanzados que la mera geométrica. En resumen, vemos que el enfoque matemático tiene las siguientes ventajas:

1. el *lenguaje* empleado es más conciso y preciso;
2. tenemos a nuestra disposición un gran número de teoremas matemáticos;
3. al obligarnos a formular explícitamente todos los supuestos, como prerrequisitos para aplicar los teoremas, nos pone a cubierto del riesgo que significa adoptar supuestos implícitos indeseables aun en contra de nuestra voluntad;
4. nos permite resolver el caso general de n variables.

He aquí, pues, una lista sustancial de factores ventajosos, no obstante, para ser ecuánimes debemos dedicar el mismo espacio al otro platillo de la balanza. Dos son las desventajas principales del enfoque matemático. Primero, el lenguaje matemático no es la lengua materna de todos los economistas, y ello trae aparejados dificultades de comunicación entre los matemáticos y los no matemáticos. Esto significa, por una parte, que los economistas no matemáticos no están en condiciones de aprovechar las conclusiones a que arriban sus colegas matemáticos (a menos que se tomen el trabajo de traducirlas al lenguaje discursivo); por otra -y quizás esto es lo más importante-, el economista matemático no puede aprovechar la crítica de los economistas no matemáticos. En rigor, esto no es realmente una desventaja del enfoque matemático en sí; más bien se trata de un problema peculiar de un período de transición: una etapa en que coexisten dos *fuerzas* de economistas. De todos modos, el teórico de la economía que emplea el enfoque matemático corre el riesgo de tener un auditorio más limitado para sus hallazgos.

En segundo lugar, el economista con formación matemática está expuesto a dos tentaciones:

1. limitarse a los problemas que pueden ser resueltos matemáticamente, y
2. adoptar supuestos económicos inadecuados en aras de la conveniencia matemática.

Por eso, a menos que opere con sumo cuidado, puede quedarse en las técnicas matemáticas, en lugar de preocuparse por los principios económicos, o, en otras palabras, otorgar a la matemática, sin proponérselo, el papel de amo antes que el de sirviente. Si esto llegara a ocurrir, empero, representaría el fracaso tanto de la economía matemática como del economista que la utiliza.

La economía matemática frente a la econometría

En épocas diferentes y en distintos contextos, una variedad de autores han asignado a muchos términos económicos significados que no concuerdan entre sí. La palabra econometría es un buen ejemplo. Según una definición, la econometría es *un tipo especial de análisis*

Teoría económica

↓

Modelo matemático

↓

Recolección de cifras apropiadas

↓

Estimación de los parámetros del modelo

↓

Inferencia estadística

Aceptar la teoría si las cifras (datos) son compatibles con la teoría	Rechazar la teoría si las cifras (datos) no son compatibles
Predicción	Revisión de la teoría o la teoría nueva

económico, donde el enfoque se combina (frecuentemente por medio de intrincados procedimientos estadísticos) con mediciones empíricas de fenómenos económicos. En este sentido, la econometría es un término general que abarca tanto los aspectos teóricos como los estadísticos del análisis económico.

Sin embargo, en el uso más reciente esta palabra ha adquirido una connotación más limitada, refiriéndose en forma casi exclusiva al examen de datos empíricos mediante métodos estadísticos de estimación y prueba de hipótesis. La aplicación de la matemática a los aspectos puramente teóricos del análisis económico, en cambio, ya hemos manifestado, se denomina en la actualidad *economía matemática.* En consecuencia, econometría y economía matemática han llegado a ser términos coordinados (en lugar subordinados uno al otro), cada uno de los cuales designa un campo diferente de aplicación de las técnicas matemáticas al estudio de problemas económicos.

En realidad, los estudios científicos y los análisis teóricos resultan a menudo complementarios. Por una parte, las teorías deben ser confirmadas por los datos para asegurar su validez, antes de poder aplicarlas con confianza. Por la otra parte, la labor estadística necesita guiarse por la teoría económica a fin de determinar la orientación más fructífera de las investigaciones. Un buen ejemplo de la naturaleza de los estudios teóricos y empíricos lo encontramos en el análisis de la función de consumo global. La obra teórica de Keynes relativa a la función de consumo nos lleva a la estimación estadística de la propensión a consumir, pero las conclusiones estadísticas a que arribaron Kuznets y Goldsmith sobre la constancia relativa de largo plazo de la propensión a consumir (conclusiones que entraban en pugna con lo que la teoría de Keynes permitía suponer) estimularon a su vez los ajustes de Duesenberry, Friedman y otros de la teoría del consumo global.

En cierto sentido, sin embargo, podría decirse que la economía matemática es, de las dos, la fundamental, pues para llegar a un estudio estadístico y econométrico que tenga sentido es indispensable una buena base teórica - preferentemente dentro de una formulación matemática.

Modelos económicos

Como ya lo mencionamos, una teoría económica es una abstracción del mundo real. Entre otras razones, la inmensa complejidad de la realidad económica hace imposible comprender todas las interrelaciones a un tiempo; tampoco tienen todas ellas igual importancia en lo que atañe a los fenómenos económicos que estudiamos. Por eso, lo más sensato es elegir los que, a nuestro entender, constituyen los factores y relaciones primordiales que revisten importancia, y concentrar la atención exclusivamente en ellos. Un esquema analítico de esta índole, deliberadamente simplificado, se llama modelo económico, pues representa la realidad económica de una manera esquemática y aproximada.

Modelo matemático

Un modelo económico no es sino un marco teórico; no hay razón alguna para que deba ser matemático; no obstante si lo es, por lo general consiste en un conjunto de ecuaciones destinadas a describir la estructura del modelo.

Al relacionar cierto número de variables entre sí, de diversas maneras, estas ecuaciones dan forma matemática al conjunto de supuestos analíticos adoptados. Así, mediante la aplicación de operaciones matemáticas a estas ecuaciones, pocuraremos extraer conclusiones que sean consecuencias lógicas de aquellos supuestos.

Problemática de la Matemática en los Ciclos Formativo y Profesional

Dr. Amado Reyes
Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra

I. Introducción

En todos los países existen las llamadas universidades *mejores que otras*, estas universidades prestigian de manera decisiva a sus egresados, lo que a su vez se torna en prestigio para dichos centros de educación superior, produciendo así avalanchas de solicitudes de ingreso. Un análisis sencillo nos muestra que el prestigio de una universidad llega cuando ésta decide buscar la verdad científica con seriedad, cuando comprende que el educando tiene derecho a una formación sólida que le garantice una vida profesional de éxitos y finalmente, cuando decide trabajar en busca de esa excelencia.

En la mayoría de las áreas del saber se observa una tendencia hacia la matematización en el enfoque de los conceptos, especialmente cuando se pretende estudiar modelos cada vez más realistas. Por eso vemos que cuando se habla de niveles académicos se pretende expresar los alcances del profesional para encarar problemas más o menos complejos en su área de trabajo.

Este proceso de matematización ha venido a ser reforzado por la aparición de lo que podríamos llamar la era de las computadoras, las cuales exigen de una u otra manera una codificación algorítmica para llevar a cabo los procesos que terminan con la información deseada en el estudio de los modelos provenientes de la realidad concreta. Areas tan diversas como la economía, ingeniería tradicionales, ingeniería de sistemas, medicina, física, sociología, etc., están demandando de herramientas matemáticas cada vez más sofisticadas en sus diferentes niveles para poder dar respuestas a muchas de las interrogantes propias de la actividad profesional.

Es bien sabido que los estudios de postgrado se nutren de los resultados de las investigaciones, de ahí que el material de postgrado es relativamente fresco, actual. Por tanto, lo que se enseñó hace 5 ó 10 años en postgrado ya no corresponde a ese nivel, pues el postgrado lega al pregrado el material que ha sido cernido por su exigente tamiz. Esto nos lleva a la conclusión que cada día es mayor el cúmulo de conocimientos a los que tiene que hacer frente el educando de las universidades, y por esto necesita aprender más cosas en el mismo tiempo que un estudiante del pasado aprendía relativamente pocos temas; para lograr esto, el estudiante moderno tiene que usar un buen lenguaje de cuya generalidad puedan devenir con precisión las particularidades propias de su carrera; nada mejor que la matemática para lograr una generalidad tal.

Debemos tener claro que no podemos ofrecer lo que no tenemos, las universidades de excelencia académica tienen en cada una de las áreas de conocimiento un conjunto de profesores altamente calificados, con postgrados en respetables universidades alrededor del mundo. Algunas personas argumentan que nuestras universidades no tienen que ser del mismo nivel que las universidades de los países desarrollados. Si este argumento fuese válido debíamos ser más honestos, cambiar el nombre de universidad que usamos para los centros de educación que conducimos y buscarles un nombre más modesto. El conocimiento existente en una época dada es propiedad de la humanidad, de todos. Puede ocurrir que una comunidad no esté al tanto de las últimas cosas que están ocurriendo en ciencias, pero su universidad no sólo debe estar al corriente, sino poseer estos conocimientos. Existen medios (revistas, periódicos, etc.) que permiten conocer los últimos avances científicos en las diferentes áreas.

Aún cuando existan medios para comunicar el conocimiento científico, sabemos que para recibirlo se necesitan prerrequisitos; la universidad no puede aprovechar los conocimientos sino cuenta con cuadros especializados, capaces de entender y transmitir dichos conocimientos. De aquí que se hace inminente la especialización seria del profesor universitario, y para su permanencia debe estar inmerso en proyectos de investigación que involucren las fronteras del conocimiento en su área respectiva. Estas investigaciones pueden llevarnos a desentrañar los misterios de esa tecnología que nos llega muda, fuera de tiempo.

Nosotros, orgullosos de representar en este evento a la Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra, marco de referencia innegable para la búsqueda de la excelencia académica universitaria en nuestro país, saludamos a la hermana Universidad Iberoamericana (UNIBE) por propiciar un evento tan importante para el futuro tecnológico y científico de nuestro pueblo.

II. Observaciones sobre el ciclo profesional

Observando el curriculum de matemática de las diferentes universidades podemos advertir una sobrecarga en créditos en unas mientras que en otras se tiene una deficiencia en el número de créditos en matemática. Sin embargo, el número de créditos en matemática no es necesariamente lo más importante, más bien necesitamos de cursos de matemática mejor dirigidos para que produzcan el efecto deseado en el educando.

Hemos elegido el ciclo profesional para iniciar el análisis porque la matemática que en él se aprende es usada directamente como herramienta para atacar los problemas que en las asignaturas profesionales se presentan. Esto nos induce a concluir que para seleccionar los temas matemáticos que deben enseñarse con esos propósitos, necesitamos analizar primero las asignaturas profesionales que llevará el educando, de ahí que los programas de matemática para este nivel deben elaborarse junto a los departamentos profesionales que requieren los servicios del departamento de matemática. Así que los temas y objetivos generales los sugieren los departamentos profesionales y el departamento de matemática aporta el especialista.

Es evidente que para ofrecer una docencia adecuada el departamento de matemática debe proveer un profesor con amplios conocimientos de los temas a tratar; en este marco no podemos improvisar, estamos moldeando la capacidad de éxitos técnicos del futuro profesional. Recordemos que el nivel más o menos avanzado de las asignaturas profesionales viene en general expresado por el alcance de la formación que provean para resolver problemas, pero este alcance a su vez viene dado por el nivel matemático envuelto en el asunto.

Debemos señalar que antes de elegir el curriculum para el futuro profesional deben ponerse claros los objetivos para alcanzar el perfil profesional deseado. La omisión de esta práctica produce que en muchas ocasiones los egresados de algunas universidades hayan tratado de hacer estudios de postgrado y se encuentran con la triste realidad que su formación profesional es deficiente porque los temas no fueron tratados con la debida profundidad por no tener el candidato base matemática. Otros casos ocurren, como el que presenta el cuadro de las construcciones sofisticadas; cuando el país necesita una obra de importancia casi siempre hay una compañía extranjera envuelta, pudiendo entenderse este fenómeno como una evidencia de nuestras limitaciones para producir profesionales capaces en los diferentes niveles. La misión de una universidad no es la de crear cuadros para el subdesarrollo, debemos crear cuadros profesionales para el desarrollo, cuadros que resuelvan los problemas propios del subdesarrollo, pero que estén preparados para enfrentar los problemas que trae consigo el devenir tanto tecnológico como científico.

Nosotros proponemos mejores cursos de matemática avanzada o aplicada, cuyos temas respondan directamente a las necesidades de las asignaturas de carrera del ciclo profesional. En estos cursos debe primar el uso racional de los conocimientos matemáticos adecuados, con espíritu dispuesto a aprender los algoritmos que ofrecerán los resultados útiles para las aplicaciones. De aquí se desprende que existe la necesidad de tener profesionales consumados, trabajando en una esfera tan determinante como lo es el ciclo profesional.

Es corriente el caso de profesores de matemática avanzada o aplicada que semestre tras semestre destrozan los programas, ofreciendo escasos temas, la culpa parece ser expiada cuando al final de semestre todos o la mayoría de los estudiantes aprueban la asignatura sin haber obtenido conocimiento suficiente de la misma. Los temas mal enseñados y aquellos omitidos hacen a los estudiantes incapaces de afrontar rigurosamente las asignaturas de carrera que requieren de matemática. Lo peor del caso es que estos estudiantes, por una práctica cruel, cuando se gradúan vienen a ser profesores de asignaturas profesionales. De aquí es que no es raro ver a profesores impartiendo cursos de física profesional con una superficialidad increíble y no se diga de las barbaridades que se ven en la enseñanza de los cursos de teoría estructural, de mecánica de fluídos, de teoría de algoritmos, de termodinámica, etc.

Con frecuencia se dice que los estudiantes no tienen suficiente base del ciclo formativo para llevar con idoneidad las asignaturas del ciclo profesional. Creemos que es el ciclo profesional el que debe presionar con sus exigencias para que se tomen las medidas adecuadas en el ciclo formativo. A continuación presentamos algunas consideraciones sobre el ciclo formativo.

III. Observaciones sobre el ciclo formativo

En las observaciones anteriores hemos dejado escapar la idea de que la matemática del ciclo profesional consta de temas muy particulares, en general son algoritmos específicos para modelar realidades de otras áreas. Los tópicos de la matemática avanzada no pueden aprovecharse sino se tiene una buena formación en ecuaciones diferenciales, cálculo, probabilidades, etc.

De esta manera, estamos afirmando que sin un buen aprovechamiento de la matemática del ciclo formativo no es posible vivir con agrado las últimas pinceladas del ciclo profesional. De aquí que las exigencias del ciclo profesional presionan para que se haga un buen trabajo en el ciclo formativo.

El nombre sugiere que en el ciclo formativo recibe el educando la base fundamental para el manejo instrumental de la matemática. La matemática del ciclo formativo está constituida casi en su totalidad por el análisis, disciplinante, metódico, forjador de carácter y preciso. Sin embargo, casi siempre a la hora de enseñarse el cálculo no se tiene en cuenta estas circunstancias; se designa a cualquier persona sin suficientes conocimientos y sin carácter templado por el análisis. Se sugieren, en general, libros de textos viejos, se tratan los temas sin profesionalidad, ahí comienza la mala formación del estudiante. Debe elegirse cuidadosamente el profesor de este ciclo, recuerde que estamos preparando al estudiante para su ciclo profesional.

Un aspecto que causa muchos problemas es aquel que se origina cuando un estudiante ha cursado asignaturas del ciclo formativo con los profesores llamados *chéveres*. Estos profesores no exigen, tampoco aportan, no estudian, son informales, faltan mucho a clases, pero promueven al estudiante aun cuando éste no esté preparado, con fines de hacerse populares y ser bien vistos por los dirigentes universitarios que aspiran a vender muchas matriculaciones en las inscripciones. Con los profesores *chéveres* los estudiantes trabajan con funciones contínuas; pero en las aplicaciones la mayoría de funciones son discontínuas. Es increíble, pero al ciclo profesional llegan estudiantes con dificultades para hallar derivadas, calcular integrales, resolver una ecuación diferencial, etc. Con situaciones como éstas y la cuota de permisibilidad que ofrecemos dejamos colar los incapaces desde el propedéutico al formativo, luego desde el formativo al profesional; así, arrastrando sus deficiencias los graduamos. Este graduado incapaz, que no puede mostrar habilidades intelectuales, busca la forma de sobrevivir; comienza a trepar, a *serruchar palos* y demás acciones abominables para adquirir las oportunidades que limpiamente no le corresponden. Estamos creando hombres infelices.

IV. Otras observaciones

Es muy frecuente el caso de un estudiante que a punto de graduarse no ha podido terminar sus cursos de matemática. ¿Cómo puede llegar un estudiante a su ciclo profesional sin cumplir los prerrequisitos? ¿Por qué en algunas carreras no se pone como prerrequisito una asignatura de matemática que es necesaria para una o más asignaturas de carrera? Es asombroso ver personas del cuerpo administrativo o docente de ciertas universidades siendo tan complacientes que violan los prerrequisitos y a veces se han cometido fraudes como los que nos cuenta la historia de la educación superior en nuestro país.

Un factor que ha ocasionado muchos daños a la actividad superior en la matemática es el extravío de las metas del profesional universitario. Con frecuencia vemos a personas graduadas en áreas distintas a la de matemática tratando de enseñar matemática. El hecho que un profesional haya llevado algunos cursos de matemática no le da suficiente respaldo para manejarse profesionalmente en el arte de la matemática; es como si admitiéramos a una persona que haya llevado cursos de mecánica que enseñara asignaturas propias de un ingeniero civil o que diseñara una sofisticada estructura. Creemos que se menosprecia la matemática cuando se cometen agravios de esa naturaleza. Todas las carreras tienen sus sutilezas y aclimataciones que dan el toque profesional.

A propósito de lo señalado más arriba, queremos señalar que en el país hay muchas escuelas de educación, las cuales preparan maestros para el nivel primario, el intermedio y el secundario. Sin embargo, la verdad es que estas personas llegan a despreciar sus profesiones y deciden asaltar la esfera de enseñanza superior. Aun cuando hay concenso del papel débil que en matemática han jugado como educandos la mayoría de los graduados en educación mención matemática, cuando éstos terminan sus carreras se dirigen a las universidades en busca de cátedras. Estamos conscientes que los ingresos por concepto de trabajo en el sector educación son muy escasos pero no podemos sacrificar el nivel de la formación profesional en aras de beneficios personales. Las universidades no son necesariamente un laboratorio donde vamos a ensayar técnicas fascinantes de enseñanza (es bueno que se tengan técnicas adecuadas), la universidad es una institución con programas, tiempo limitado, llamada a dar formación seria en base a contenidos bien definidos y técnicas muy propias de la profesión que se trata de enseñar u ofrecer al estudiante.

No hay muchos matemáticos en nuestro medio. ¿Quiénes asumirán las plazas vacantes? Es claro que ha sido una necesidad el que las cátedras hayan sido ocupadas por personas de otras especialidades, pero en la actualidad hay personas, cada vez más, interesándose por la matemática como fin en sí misma. No es honesto despreciar el objeto de la actividad productiva; si a una persona no le interesa la matemática debe retirarse de ella de forma definitiva y no continuar infundiendo frustaciones en las personas que les sirven de alumnos.

Es claro que la falta de profesionalidad produce mal formación en el estudiante. ¿Por qué los estudiantes aprueban el curso de álgebra y son incapaces de trabajar con los temas más comunes del álgebra? ¿Por qué los estudiantes aprueban el cálculo y son incapaces de hacer una derivada sencilla?

V. Proposiciones

Las consideraciones anteriores plantean un panorama preocupante de nuestra educación superior, tanto en matemática como en las asignaturas para las cuales la matemática es un soporte importante. Sin embargo, en lo que sigue proponemos algunas ideas que de ser tenidas en cuenta con interés genuino de transformar la situación pueden ser de incidencia poderosa en la solución de los problemas. Proponemos que:

1. Las autoridades universitarias se elijan de entre académicos con una visión amplia respecto a las ciencias; así darán a la matemática el justo valor.

2. Los departamentos de matemáticas estén dirigidos por profesionales de la matemática, con amplios criterios sobre sus responsabilidades y postgrados serios en el área.

3. Las universidades paguen sueldos decentes a los matemáticos que deciden trabajar seriamente por la excelencia docente, la investigación y la superación.

4. Las universidades apoyen económicamente y en otros sentidos a los profesores interesados en especializarse mediante programas serios de maestría y proponiéndose no emplear con carácter de permanencia a los que no son profesionales del área ni a los que se niegan a la superación.

5. Las universidades rechacen las acciones de los profesores llamados *chéveres*; los cuales trabajan poco, pero aprueban a muchos estudiantes sin que éstos hayan aprendido.

6. Las universidades ayuden a mantener el espíritu académico mediante cursos, técnicas de enseñanza, seminarios, conferencias, coloquios, talleres, etc.

7. Deben haber acuerdos entre las universidades y las instituciones técnicas de la matemática como son: el Instituto Dominicano de Matemática, la Sociedad Matemática de la República Dominicana, el Centro de Investigaciones Científicas (en formación) mediante su sección de matemática; para que estas entidades asesoren a las universidades en lo concerniente a la selección del personal docente, sobre elección de libros de texto, sobre coloquios, conferencias, seminarios, cursos de educación continuidada, programas, prensa, etc. Este apoyo técnico garantizará una estrategia apropiada para el alcance de la excelencia académica.

8. Deben hacerse revisiones contínuas de los

libros de textos y talleres de entrenamiento del personal menos profesional para adaptarlo al nuevo material.

9. No se dejen los cursos de matemática básica en manos de inexpertos. Sólo la profesionalidad es capaz de seleccionar varios caminos para llegar a la meta deseada con el estudiante.

10. Los departamentos de matemática formen conciencia a los departamentos a quienes se les sirve para que motiven positivamente a sus estudiantes respecto a la importancia de la Matemática para el éxito en la carrera.

11. Las universidades establezcan un sistema supervisado de tutorías y un eficiente servicio bibliográfico en el área de matemática.

12. Las universidades posean un número de profesores fijos, contratados adecuadamente, con un escritorio donde los profesores puedan sentarse a trabajar, leer, etc. La identificación del profesor con su trabajo dependerá mucho de lo importante que la Universidad le muestre que él es para los fines académicos.

13. Las universidades hagan gestiones ante organismos nacionales e internacionales para obtener fondos que permitan financiar los estudios en carreras de matemática, ya que generalmente estas carreras no son muy numerosas.

VI. Conclusión

En los apartados anteriores hemos hecho consideraciones que a primera vista pueden parecer fuertes a una persona que lea estas notas. Sin embargo, nosotros no tenemos intención de perseguir, acusar o inhabilitar a ninguna persona o sector, sólo creemos haber señalado los males más notorios que impiden un rendimiento académico más efectivo en nuestras aulas. Nuestra intención es que se curen los males, que hagamos un esfuerzo conjunto por elevar el nivel profesional de nuestros egresados. Los que no tengamos preparación en un aspecto debemos procurarlo, ojalá que estas notas juntas a la buena voluntad de los responsables de cada centro superior sirvan de ignición para poner en marcha el tren del desarrollo en aras de un mejor futuro como pueblo del mundo.

Mi mayor fuerza la dedico para hacer un llamado a toda persona involucrada en el quehacer matemático para que sea honesta, trabajadora, estudiosa, buen compañero, abierto, sólo de esa manera tendremos comunidades científicas fructíferas, sólo de esa manera nuestros estudiantes tendrán por modelos a hombres felices. !Adelante!, en busca de nuestra excelencia, en busca de nuestra dignidad como académicos, en busca de la creatividad científica, en busca de la liberación intelectual y en busca de nuestra autodeterminación como pueblo.

Experiencias Derivadas del Diseño de Sistemas Expertos para la Enseñanza de Razonamiento Matemático I y Tópicos Especializados en Matemáticas para Estudiantes de Informática

Ing. Rina Familia
Universidad Iberoamericana

Presentación

La revolución científica y tecnológica que en el espacio simbólico convulsiona actualmente al mundo, ha preocupado sumamente a los educadores. Tal parece que el impacto de los computadores personales (PC's) hubiera convertido en irrevelantes los más de veinte años de experiencia en enseñanza asistida por computador y en innecesarios los programas de investigación que sobre la misma se han realizado a largo plazo

Sin embargo, es indudable que la microelectrónica, potenciando todas las actividades de la sociedad humana del siglo XX, ha transformado la realidad de los computadores en la educación, pero no ha resuelto sino unos cuantos de los problemas fundamentales.

La investigación que a continuación presentamos, muestra los resultados parciales a que hemos arribado en el diseño de sistemas expertos para la enseñanza de matemáticas, realizados para un entorno de aprendizaje basado en la psicología cognitiva, y tomando en cuenta los desarrollos de la inteligencia artificial (ciencia cuyo objetivo es el desarrollo de los computadores de modo que realicen funciones, cual es la de enseñar, normalmente asociadas con la inteligencia humana) para aplicarla al mundo educativo.

> "Tanto el procesamiento como la utilización de la información están experimentando una revolución tecnológica sin precedentes. Ahora las máquinas no sólo pueden tratar muchos tipos de información a grandes velocidades y en grandes cantidades, sino que también les es posible manipular esa acumulación de información para sacar partido de ella por medios absolutamente nuevos. Puede que esto sea más cierto en el campo de la educación que en ningún otro lado. Se puede predecir que dentro de unos pocos años millones de escolares tendrán acceso a la prerrogativa real de la que disfrutaba el hijo de Filipo de Macedonia, Alejandro: el servicio particular de un profesor tan bien informado y responsable como Aristóteles, el gran filosofo griego".
>
> Suppes, 1966

Introducción

El tema de la tecnología educativa incluye la consideración de muchos dispositivos que surgieron como auxiliares del aprendizaje. Algunos de ellos, en especial los que emplean computadores, considerados como los más impactantes, son capaces de interactuar con sus usuarios, ya que utilizan la información de realimentación para adaptarse a las necesidades de éstos y de esta manera, mejorar su desempeño posterior.

El ritmo de cambio que se observa hoy en la capacidad de los computadores supera en mucho al de la evolución del hombre. Debemos presuponer que el tamaño y el costo de éstos, seguirán disminuyendo a ritmo acelerado y que al mismo tiempo se registrará un aumento de velocidad, seguridad y capacidad funcional. Parece posible que en un futuro predecible se obtengan máquinas autosuficientes, con crecimiento autorregulado, conocimientos autocreados, reparación automática y reproducción de otras afines. Un sistema, ya sea orientado al área comercial o al campo educativo, que esté basado en tales máquinas, utilizará la información acerca de las necesidades de sus usuarios para regular su propio funcionamiento de un modo autoadaptable. Las computadoras y los dispositivos terminales de comunicación que con ellas se relacionan, ya comienzan a transformar a su vez en simuladores de asesores, matemáticos, empleados de oficina, diseñadores, bibliotecarios, consultores, docentes, etc., a medida que cambia la necesidad específica de ayuda. En el ámbito educativo, existe la posibilidad de que los computadores se usen para realizar el proceso educativo y equipar a cada alumno con un apasionante medio para la resolución de problemas(1) y la enseñanza individualizada.

El actual interés por la instrucción programada y la enseñanza automatizada recibió su impulso principal de un trabajo que publicó B. F. Skinner en 1954, aunque desde la década de 1920 Pressey trataba de llamar la atención sobre el tema. En un simposio de 1958 Rath, Andersen y Brainerd relataron las experiencias que habían tenido en el Centro de Investigación de Watson de la International Business Machine Corporation (IBM). En ellas utilizaron un computador digital, no como dispositivo de enseñanza, sino como medio de simular máquinas de enseñanza.

No sólo IBM sino Bolt Beranek y Newman y la Systems Development Corporation continuaron en la tarea de relacionar la computadora con la enseñanza. En la Universidad de Illinois, Bitzer y Alpert comenzaron a diseñar estaciones de aprendizaje que vinculaban al estudiante o al autor del plan de estudios con el computador. En 1961, la Systems Development Corporation y la Oficina de Investigaciones de la Marina Estadounidense patrocinaron una conferencia sobre computadores y educación.

Hoy, paralelamente a los adelantos en el diseño y construcción de computadores y en programación de sistemas, tanto en los Estados Unidos como en otros países, se ha venido trabajando mucho en este campo que ha recibido el nombre de Instrucción con Ayuda de Computadores (IAC) o Enseñanza Asistida por Computador (EAC).

Hace aproximadamente veinte años, cuando por primera vez comenzaron a materializarse las ideas de enseñanza con ayuda de computadores, se juzgaba totalmente imposible desde un punto de vista económico, poner a un estudiante en comunicación directa con un computador grande para propósitos de aprendizaje. Con la revolución de la microinformática, siendo su protagonista principal el **computador personal**, se dispone del equipo para lograrlo a un costo que no supera el de un docente particular. No parece aventurado predecir que dentro de diez años el costo de la enseñanza con ayuda de computadores no será mayor que el de una enseñanza tradicional para cursos de diez o más alumnos.

Varios investigadores han señalado que la educación del futuro consistirá cada vez menos en impartir hechos que deben aprenderse y enseñará, en cambio, cada vez más, a investigar y a resolver problemas; basando estas conjeturas en que la revolución científica y tecnologíca que actualmente convulsiona al mundo tiene su máxima expresión material y su herramienta más eficaz en las tecnologías asociadas a la computación y a las comunicaciones, manifestándose ésta fundamentalmente, en la crítica profunda a los paradigmas clásicos de la ciencia, en la importancia creciente de las disciplinas que unifican distintos campos de especialidad, por la valoración de enfoques humanistas integrales en el abordaje del conocimiento y por el desarrollo de modelos *blandos* (no numéricos) en oposición o como complemento natural de los modelos matemáticos clásicos.

Para lograr estas posibilidades, asimismo, plantean que debemos contar con medios para que el estudiante adquiera práctica en investigación y en la resolución de problemas y despliegue mayor iniciativa en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Se resaltan las siguientes características como las más potenciales y que a su vez deberán poseer los sistemas de enseñanza que se basen en computadores, y las cuales tendrán especial importancia para dar mayor control al educando:

a) Capacidad para analizar y responder a planteos relativamente libres del estudiante.

b) Acceso rápido a amplias capacidades de almacenamiento y recuperación de la información, representaciones gráficas, análisis y transformaciones matemáticas; y

c) Utilidad potencialmente ilimitada en el campo de la enseñanza, al brindar acceso a la experiencia, creatividad y conocimiento, de numerosos docentes.

Al profundizar nuestro estudio de las posibilidades de la enseñanza con ayuda de computadores, nos encontramos que en los últimos años ha habido una proliferación de programas educativos asistidos por los mismos, gran parte de los cuales han sido evaluados por los órganos oficiales en algunos países, entre ellos el Cánada y el Reino Unido, y por organizaciones privadas de los Estados Unidos de América, y casi el 80% de ellos han sido descalificados como apoyos eficientes en la enseñanza, sea porque se usa la computadora en forma inapropiada o porque se carece de principios educativos sólidos.

La producción de programación didáctica para computador, excepto en contados países, es un proceso ausente o poco sistemático; los programas didácticos para computador con frecuencia no son la respuesta a una necesidad, sino más bién el ejercicio por el educador, para el cual, hasta estos momentos por lo general, la computadora es un instrumentos ajeno e ininteligible. Hablando en claro, el programador de computadoras carece de los antecedentes y de las bases educativas, y el educador desconoce no sólo el oficio del manejo del instrumento, sino las propiedades que serían utilizables en la educación. La puerta de entrada del educador a la computación podría ser muy compleja, por este motivo es interesante plantear puertas de acceso a través de las cuales el educador puede ingresar al campo de la aplicación del computador en la educación sin la necesidad de emprender una segunda carrera de gran duración.

En República Dominicana, donde los computadores son utilizados solamente para procesos financieros y administrativos, no se conoce hasta ahora de ninguna experienca académica o experimental del uso del computador en la educación, aunque existen múltiples problemas en este sector y es reconocido incluso en paneles y conferencias que se han realizado al respecto, la existencia de innúmeras deficiencias en los estudiantes del bachillerato que pasan a recibir una formación universitaria, lo cual le impide la asimilación de tópicos más avanzados en matemáticas (que es donde se deja sentir más el fenómeno, por ser una disciplina racionalista) y que son de importancia fundamental para su formación, pero a su vez, también se han reconocido las deficiencias de nuestro profesorado en la asimilación de nuevas tecnologías que como las asociadas al computador, le podrían ayudar a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de forma notoria.

Al estudiar la deficiencias encontradas en la formación matemática de los estudiantes de diferentes niveles, en distintos grupos sociales, a lo largo de varias regiones del país, se detecta la existencia de una cadena de vacíos interrelacionados y mutuamente interdependientes; esto es, el problema más serio que ha resultado del aprendizaje matemático: el aprendizaje inconexo; donde los estudiantes aprenden partes, modos de operar problemas específicos, ideas, etc., sin comprender las relaciones que guardan entre sí o con otras áreas del conocimiento u otras realidades.

Sobre la base de una descripción de estas deficiencias y de varios modelos de análisis, en nuestra universidad, al igual que en muchas otras, se imparten asignaturas tales como Razonamiento Matemático I y II, cuyo objetivo es subsanar en parte la problemática. En la primera asignatura mencionada se incluyen tópicos diversos, tales como lógica matemática, teoría de conjuntos, teoría del campo numérico, razones y proporciones, teoría de resolución de ecuaciones, etc. Durante la impartición de la referida materia, reflexionamos en el sentido de que la manera más efectiva para lograr los objetivos del programa de la misma, era aunar a la explicación de auditorio de los contenidos del programa que realizan los profesores, un método de tutoría individualizada a través del computador, para aquellos estudiantes que consideren que tal explicación no es suficiente y requieran de tiempo adicional de enseñanza.

En tal sentido nos embarcamos en el diseño de un *sistema tutor* para la enseñanza complementaria de la asignatura Razonamiento Matemático I que fuese capaz de:

a) Hacer que el sistema se inicialice con sólo encendido del computador.

b) Aceptar expresiones (igualdades, desigualdades, ecuaciones o inecuaciones) escritas por el alumno o bien, generar expresiones según condiciones determinadas. Por lo tanto, una secuencia de trabajo podrá ser iniciada por un problema propuesto por el estudiante, o si éste así lo solicita, por el sistema, encargándose este último de determinar en cuál de los tópicos del programa de la asignatura y en cuál de los subtópicos, cae el área de interés del estudiante.

c) Reconocer si un problema propuesto por el estudiante contiene expresiones sintácticamente válidas y semánticamente significativas desde el punto de vista matemático, y por lo tanto, deberá reaccionar de acuerdo a patrones previamente definidos. De acuerdo con esta condición, cada paso dado por el estudiante, si éste es el que resuelve el problema, deberá ser analizado por el sistema determinando su validez sintáctica. Además, el sistema deberá justificar los pasos dados o en su defecto señalar los errores cometidos y enviar señales de orientación sobre los tópicos en que deberá ejercitarse el estudiante, si es necesario.

d) Seguir paso a paso la ejecución, respondiendo con un mensaje de refuerzo (la pantalla en verde y una figura) así como una referencia a los fundamentos teóricos (axioma, propiedad o teorema) que justifican la acción, en caso de reconocerla como correcta; con una advertencia y la pantalla en amarillo cuando la acción es correcta pero no se relaciona necesariamente con la solución o, con una señal de error -que apunte la posible causa de invalidez- y la pantalla en rojo, en caso contrario.

e) Resolver el problema -paso a paso y según heurísticas aceptables- si el estudiante así lo solicita. También en este caso el sistema debe poder entregar la(s) justificación(es) de su actuación.

f) Hacer preguntas al estudiante en caso de que no pueda *comprender* su actuación. Un caso de este tipo debe pedir los pasos intermedios hasta que pueda relacionar la respuesta con una de las heurísticas consideradas como aceptables.

g) El sistema deberá pasar a cualquier tópico o subtópico específico aleatoriamente, permitiendo de ese modo que los alumnos seleccionen el material siguiendo, de manera arbitraria, complicados caminos, si así es solicitado por los mismos.

h) El sistema deberá acumular estadísticas de la actuación del alumno, bien para información del profesor, bien para permitir que el sistema seleccione adecuadamente la siguiente estructura. El mismo podrá mostrar a solicitud del estudiante, un mensaje sobre su mejoramiento en el aprendizaje cuando el estudiante así lo solicite, fundamentándose este diagnóstico en una base de datos que deberá alimentar el sistema con los resultados de cada una de las sesiones que el estudiante tenga con el sistema.

Ahora bien, la etapa de diseño en que actualmente nos encontramos implicó el estudio de las experiencias que en otros países se han tenido en la enseñanza de matemática a través del computador, para asimilarla a nuestro sistema, encontrándonos con que la gran mayoría de los miles de programas de enseñanza asistida por computador existentes *no saben lo que están haciendo* cuando enseñan. La idea de que los computadores *sepan* algo es una idea difícil, pero digamos simplemente por ahora que la mayoría de los programas ni conocen el tema en cuestión, en el sentido de poder contestar a preguntas inesperadas, ni tienen suficiente conocimiento acerca de un estudiante concreto para poder adaptar la clase a sus necesidades. Por lo tanto, si queremos elaborar sistemas de enseñanza asistida por computador que contesten a preguntas inesperadas e individualicen la enseñanza -y damos por supuesto que es posible, aunque ello implique mucha investigación y experimentación- tendremos que intentar poner a disposición del computador los conocimientos necesarios. Esto quiere decir que los conocimientos han de ser representados simbólicamente y almacenados en la memoria del computador.

Ahora bien, la cuestión de la representación de los conocimientos ha sido reconocida como fundamental en la Inteligencia Artificial (IA). La IA es la ciencia que permite que las máquinas hagan cosas que requirirían inteligencia si las hicieran las personas, como por ejemplo, jugar al ajedrez, construir hipótesis acerca de la enfermedad de un paciente, demostrar teoremas matemáticos, traducir de un idioma a otro o enseñar geografía.

Hacer solamente una lista de estas actividades, pasa por alto los aspectos principales implicados en ese tipo de trabajo, a saber: que existen procedimientos generales comunes a las mismas. Por ejemplo, los programas de IA implican a menudo procedimientos tales como:

- Recordar y acceder a conocimientos importantes
- Usar esos conocimientos adecuadamente; como por ejemplo, para razonar y concebir planes de actuación
- Modificar y ampliar sus conocimientos
- Buscar de manera más o menos sistemática, la solución a un problema

- Identificar semejanzas y mostrar la analogía existente entre cosas
- Finalmente, intentar comprender algún aspecto de su entorno; como por ejemplo, algo que se les comunique en español

En principio, por consiguiente, la IA ha de ser importante en el diseño de sistemas de enseñanza y aprendizaje, puesto que estos procedimientos son generalizaciones de las actividades concretas de enseñanza y aprendizaje. Y es con las metodologías aportadas por ésta que pretendemos tener un final exitoso en esta investigación.

Un hecho interesante es que una de las fuentes de inspiración, tanto para los diseñadores de entornos de enseñanza asistida por computador como para los diseñadores de sistemas inteligentes de enseñanza, reside en el tema de la inteligencia artificial. Los investigadores de la IA estudian cómo han de organizarse los conocimientos en un computador para que sea capaz de llevar a cabo actividades inteligentes. Tenemos que hacer conjeturas acerca de las semejanzas entre ese tipo de organización y el que probablemente se desarrolla para permitirnos llevar a cabo actividades inteligentes. Las formas en las que una buena organización de los conocimientos se desarrolla en un computador nos sugieren las líneas maestras y la percepción de cómo los entornos de enseñanza podrían llevar al desarrollo de una buena organización de los conocimientos en la mente del estudiante.

En general, todo conocimiento es una estructura coherente y organizada, y ha de representarse como tal en un programa que necesite utilizar esos conocimientos. Luego ningún concepto sería significativo aisladamente, sino que adquiriría significado únicamente en virtud de su relación con los demás conceptos de la estructura total.

Las ventajas e inconvenientes de las diversasrepresentaciones de los conocimientos están siendo aún activamente examinadas por la investigación en inteligencia artificial. A continuación presentamos las propiedades sobre las que se han llevado a cabo comparaciones:

1. **Modularización** - grado de comprensión de cada parte de la representación independiente del resto.
2. **Modificabilidad** - lo fácil que resulte modificar (añadir, suprimir) partes de la representación.
3. **Potencia** - hasta qué punto los conocimientos representados se corresponden, de hecho, con los de la representación y cómo se entienden.
4. **Explicitación** - qué cantidad de conocimientos representados explícitos, o sea, interpretables (y, por tanto, en principio, explicables) y no meramente ejecutables.
5. **Concisión** - qué pequeña parte de los conocimientos representados es redundante.

Puede que, al principio, nos parezca que las comparaciones entre las máquinas y las personas son repelentes, que reflejan una visión deshumanizada, mecanicista, de la naturaleza humana. De momento, diremos únicamente que esperamos demostrar con nuestra investigación que los programas y sistemas basados en ideas tomadas de la IA son considerablemente menos deshumanizadores que los que no lo están.

La IA nos permite también presentar en perspectiva las más ambiciosas pretensiones de la enseñanza asistida por computador.

Los problemas fundamentales del diseño de buenos programas educativos son esencialmente los que se han estudiado en este campo durante muchos años, y, aunque se ha progresado algo, está claro que es poco probable que se encuentren soluciones simples. De hecho, la propia investigación en IA demuestra que existen límites, por lo que se puede preveer, para lo que es posible con la enseñanza asistida por computador, en sentido general.

Otro problema que tuvimos que enfrentar en la etapa de diseño fue el estudio de las dos corrientes fundamentales en el diseño de los lenguajes de computación actualmente existentes, esto es, la programación imperativa basada en el concepto de algoritmo[3] y la programación en lenguajes declarativos, basado en técnicas heurísticas; para determinar cuáles subsistemas del sistema tutor eran más convenientes implementarlos en una u otra corriente.

Y es de ahí que existen tópicos de la asignatura, tales como lógica matemática, teoría de conjuntos, teoría de resolución de ecuaciones, teoría del campo numérico, que se adecúan a la programación en lógica, mientras que las razones y proporciones, las series, el tanto por ciento, etc., se ajustan más a lenguajes tales como Pascal y Fortran, por ejemplo. Por lo tanto, el cuello de botella existente en la actual etapa de nuestra investigación está en lograr la interfase entre un tópico y otro, ya que como anteriormente mencioné, el diseño de los subsistemas, dependiendo de su naturaleza deberá ser hecho en un lenguaje u otro.

La primera parte de la investigación la hemos dividido en:

I Diseño general del sistema tutor generalizado.

II Diseño y puesta a prueba del subsistema de lógica matemática.

III Diseño y puesta a prueba del subsistema de teoría de conjuntos.

IV Diseño y puesta a prueba del subsistema de teoría de resolución de ecuaciones.

V Diseño y puesta a prueba del subsistema de razones y proporciones.

VI Diseño y puesta a prueba del subsistema de series y progresiones.

VII Puesta a prueba del sistema completo.

VIII Anexo de la componente de orientación a los subsistemas.

Una vez finalizada exitosamente esta etapa, se trabajará en un apartado del proyecto en ingeniería del conocimiento para extraer el conocimiento del que hace uso un tutor humano que orienta el aprendizaje matemático; experimentándose también, con formas de representación de ese conocimiento. El objeto será explorar la posibilidad de agregar al sistema tutor una componente de orientación usando técnicas desarrolladas para los sistemas expertos. Mediante este tipo de sistemas se espera generar programas que simulen la actuación de un profesor experimentado.

Otra vertiente de investigación que estamos desarrollando es un *sistema experto de enseñanza de tópicos especializados en matemáticas* para los estudiantes de informática.

Durante los años que he trabajado en la formación de estudiantes de informática, como profesora de control de proyectos informáticos, lenguaje Pascal y estructura de datos, así como en la asesoría de varios temas de tesis, me he encontrado con que el estudiante de licenciatura en ciencias computacionales, ingeniería de sistemas (mezcla de los contenidos curriculares de ciencias de la computación, ingeniería de computadoras y sistemas de información), así como de aquellos que desean introducirse en tópicos más o menos avanzados en computación, que los mismos requieren de ciertos conocimientos matemáticos algo diferentes a los que se enseñan habitualmente. Pero como en la mayoría de las universidades los diseños curriculares contemplan que todos sus estudiantes agoten un ciclo básico, donde imparten por lo regular asignaturas comunes a la mayorías de las carreras, resulta que los estudiantes de informática comparten los mismos programas que los demás estudiantes (lo que no es del todo incorrecto desde el punto de vista de racionalización de recursos humanos y financieros que hacen las instituciones), a sabiendas de que éstos requieren, además, tópicos especializados de matemáticas tales como: métodos numéricos, teoría de algoritmos (incluyendo ciertos tipos de algoritmos de cálculo con poca o ninguna aplicación en matemáticas generales), algebra booleana, computabilidad matemática, grupos finitos, lógica causal, teoría de grafos, teoría de códigos, teoría de la información, teoría de autómatos y lenguajes formales.

En base a esta observación estudiamos la posibilidad de la creación del mencionado sistema experto para la enseñanza de estos tópicos. El desarrollo del mismo comprenderá las siguientes etapas:

I Diseño general del sistema tutor

II Diseño y puesta a prueba del subsistema de métodos numéricos

III Diseño y puesta a prueba del subsistema de teoría de algoritmos

IV Diseño y puesta a prueba del subsistema de algebra booleana

V Diseño y puesta a prueba del subsistema de computabilidad matemática

VI Diseño y puesta a prueba del subsistema de lógica clausal

VII Diseño y puesta a prueba del subsistema de teoría de grafos

VIII Diseño y puesta a prueba del subsistema de teoría de códigos

IX Diseño y puesta a prueba del subsistema de teoría de la información

X Diseño y puesta a prueba del subsistema de teoría de autómatos

XI Diseño y puesta a prueba del subsistema de lenguajes formales

XII Puesta a prueba del sistema completo

XIII Anexo de la componente de orientación a los subsistemas

Ahora bien, como esta segunda investigación está orientada a un área muy especializada, informática, y como los estudiantes poseen, a su vez, experiencia en el manejo del computador, pretendemos utilizar las aportaciones de la primera investigación y a su vez extenderla, convirtiendo el sistema tutor en un sistema experto; creando una red local inteligente, donde un computador matriz actúe como un profesor experimentado en matemáticas y los demás computadores sean operados por los estudiantes, pudiendo interactuar entre éstos y la matriz a la vez. Además, pretendemos experimentar con modelos del alumno, donde el sistema establezca estrategias para determinar lo que el estudiante conoce y de ahí pase a modelar sus explicaciones tomando en cuenta las diferencias individuales. Finalmente concluiremos esta investigación con el desarrollo de técnicas del *aprendizaje de máquinas*, donde ésta sea capaz de aprender a partir de un experto matemático real y crear sus propias metodologías de trabajo.

Es decir, que este sistema tendrá una segunda etapa que podemos resumir como:

I Desarrollo de técnicas avanzadas de ingeniería del conocimiento

II Creación del sistema experto simulador del profesor experimentado

III Creación de una red local inteligente en la universidad

IV Creación de una red global

V Desarrollo de modelos del alumno

VI Desarrollo de metodologías para que el computador aprenda por sí mismo o conocimiento autocreado

VII Desarrollo de metodologías para que el computador establezca estrategias de enseñanza en base a los avances del estudiante

VIII Desarrollo de técnicas del procesamiento del lenguaje natural y evitar que el alumno sea distraído del tema en curso al tener que buscar formas de expresión

IX Estudio de técnicas de procesamiento paralelo

Finalmente, los objetivos generales que perseguimos al terminar exitosamente estas investigaciones serán:

a) Estudiar la factibilidad de implementación de los proyectos de enseñanza asistida por computador en nuestra sociedad y nuestra universidad en particular

b) Analizar las potencialidades de los lenguajes propios de la IA para el desarrollo de los sistemas expertos en matemáticas

c) Mostrar la potencialidad del computador al funcionar como mentor o instructor y *observar* la utilización del medio por el estudiante; así como por su capacidad para interrumpir a los estudiantes en los momentos apropiados para sacarles de un atolladero o para señalarles de qué manera cierto aspecto de la actividad en curso ilustra un principio importante

d) Demostrar la ventaja de la enseñanza asistida por computador para lograr un control deliberado para el estudiante en la selección del contenido, la selección de la exposición, la cognición consciente y la metacognición[4]

e) Analizar las perspectivas futuras de la ingeniería del conocimiento y los sistemas expertos en la enseñanza de las matemáticas

f) Validar la conjetura acerca del valor formativo de las metodologías aportadas por la inteligencia artificial y la enseñanza asistida por computador, planteada en la posibilidad de alcanzar niveles de aprendizaje taxonómicamente superiores al logrado en cursos de matemática generales. Poner a prueba esa idea implica el desarrollo y la validación de instrumentos o procedimientos de medición que detecten la presencia de logros cognitivos de nivel superior, siendo los mismos, inexistentes

g) Demostrar que las herramientas y los enfoques de la inteligencia artificial pueden representar una innovación valiosa en la formación matemática y científica, poniéndola a prueba

h) Demostrar la potencialidad de la programación en lógica para lograr un ambiente integrador y clarificador de los fundamentos de las matemáticas, esto es, lo que une sus partes como ciencia

i) Estudiar las relaciones entre la inteligencia artificial y las estrategias cognoscitivas, haciendo uso de un enfoque interdisciplinario

Conclusion

Los investigadores de la inteligencia artificial, después de dos décadas intentando comprender la capacidad general de resolución de problemas, han empezado a centrar su interés en la construcción de *sistemas expertos* útiles, de gran capacidad de actuación. Las técnicas necesarias para la realización de estos sistemas expertos se están concretando, y sólo se necesitan semanas de esfuerzo.

El proyecto japonés de *sistemas de computadores de quinta generación*, anunciado en 1981, se inspira fundamentalmente en las técnicas de la inteligencia artificial y, sobre todo, en la tecnología de los sistemas expertos. Este programa pretende producir una familia radicalmente nueva de computadores para los años noventa, con productos intermedios durante los años ochenta, y el plan pone énfasis, además de en los sistemas expertos, en las nuevas arquitecturas informáticas, en integración en gran escala, en la programación funcional y en los procesos distribuidos.

Por tanto, si ha de haber una rápida expansión de la tecnología de los sistemas expertos, habrá una creciente demanda de *sistemas expertos de enseñanza*. Mientras que las técnicas de los actuales sistemas expertos (como diagnóstico bacteriológico, investigación del espectro, etc.) se pueden extraer de uno de los pocos expertos humanos reconocidos como tales en el campo, ¿de donde sacaremos esos expertos reconocidos en el campo de la enseñanza?

Hay aún muchos problemas en gran medida sin resolver en el desarrollo de tutoriales de computador avanzados. De entre ellos destacan:

1. ¿Como representar los conocimientos importantes del tema?

   ¿Están indicados los mecanismos susceptibles de verificar su adecuación? ¿Cómo hacer el mejor uso de las ventajas de cada uno de ellos?

2. ¿Cómo relacionar esas representaciones con las representaciones necesariamente imperfectas que tiene el alumno? No ha habido suficiente reflexión sobre la representación del razonamiento del inexperto.

3. ¿Cómo aplicar esas técnicas de representación para respaldar las actividades de programación?

4. ¿Cómo aportar una *interfase hombre-máquina* aceptable, utilizando lenguaje natural y monitor visual?

Como ocurre con la mayor parte de los problemas de inteligencia artificial, lo mejor que cabe esperar es que prosiga el progreso gradual (o quizá que ciertos problemas se revelen insuperables). Estamos, por tanto, de acuerdo con la conclusión de Howe (1980): "Dados esos tipos de problemas pedagógicos, sus consideraciones económicas y la tradicional aversión del profesor por las máquinas en el ámbito de la clase, podemos confiadamente anticipar que los sistemas expertos en forma de tutoriales informatizados representarán un papel secundario en la educación, aún durante muchos años. El tipo de aplicación que resulta de más interés es el de aquellas áreas en las que los fallos en las prácticas resultan muy costosos, como por ejemplo, las centrales nucleares y las finanzas.

No obstante, la investigación sobre tutoriales de computador debe continuar, no tanto en función de razones prácticas, sino porque tiene que conducir a un conocimiento más profundo de la enseñanza de los propios profesores. Ocurre a menudo que al intentar automatizar una actividad se comprende mejor la propia actividad.

Creemos que la inteligencia artificial plantea metodologías muy adecuadas para respaldar trabajos de gran calidad educativa. Creemos, también, al igual que el pensador Víctor Pekelis que la automatización es la ley irrevocable del progreso", por lo tanto, las tecnologías asociadas al computador podrían colaborar grandemente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, y es de ahí que esperamos que este proyecto sirva como un aporte más en la búsqueda de ese *añorado* progreso.

Notas

1. Esta es una traducción del inglés *problem-solving*, el cual es un término con un significado más amplio que el de uso general, y consiste en una serie de mecanismos cognitivos que se ponen en juego y estrategias deliberadamente enseñadas para resolver problemas en general.

2. Mesa Redonda sobre *La problemática actual de la enseñanza de la matemática a nivel medio*,celebrado el 30 de octubre de 1985 en la Academia de Ciencias de la República Dominicana.

   Seminario sobre *Problemática sobre el conocimiento de matemática de los estudiantes de nuevo ingreso en nuestras universidades*, celebrado en la Universidad Nacional Pedro Henríquez Ureña, en marzo de 1987.

   VII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, celebrada en la Universidad Católica Madre y Maestra del 12 al 17 de julio de 1987.

3. El tema de los algoritmos, tratado desde el punto de vista de la computabilidad matemática, fue tratado en el trabajo de la autora *Cuando lo posible se transforma en imposible* en la revista de la Sociedad de Matemática de la República Dominicana (SOMAREDO) en el No. 3 y 4.

4. La selección del contenido se refiere a la decisión relativa al segmento, lección o unidad que se ha de estudiar a continuación. La selección de exposición se refiere a la decisión relativa al tipo de presentación que se ha de estudiar a continuación. La cognición consciente se refiere a la forma en que el alumno procesa la información presentada en una determinada exposición (enumeración, repetición, ejemplificación). La metacognición se refiere al *cómo estudiar* el modelo que el alumno utiliza para dirigir su interacción con el sistema de enseñanza que está usando.

Bibliografía

Pearl, J. **Heuristics intelligent search strategies for computer problem solving.** Boston: Addison-Wesley, 1984.

Winston, P. H. **Artificial intelligence.** Boston: Addison-Wesley, 1984.

Wos, L.; Overbeek, R.; Lusk, E y Boyle, J. **Automated reasoning: introduction and applications.** Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984.

Nicholls, J.E. **The structure and design of programming languages.** Boston: Addison-Wesley, 1975.

Hartnell, T. **Inteligencia artificial: conceptos y programas.** Madrid: Anaya Multimedia, 1985.

Buchanan, B y E. Shortcliffe. **Ruled-based expert systems.** Boston: Addison-Wesley, 1984.

Hartnell, Tim. **Sistemas expertos: introducción al diseño y aplicaciones.** Madrid: Anaya Multimedia, 1985.

O'Shea, Tim y John Self. **Enseñanza y aprendizaje con ordenadores (Ingeligencia artificial en educación).** Madrid: Anaya Multimedia, 1985.

Berk, A. A. **Prolog: programación y aplicaciones en inteligencia artificial.** Madrid: Anaya Multimedia, 1986.

RECOMENDACIONES

- Que las universidades nacionales presentes en este taller se aboquen a elaborar programas de matemáticas con contenidos mínimos.
- Implementar de manera efectiva diversos tópicos, tales como clases-talleres, que ayuden al estudiante al razonamiento de las matemáticas.
- Realizar talleres donde se discuta la forma de elaborar y diseñar programas para las asignaturas del área.
- Implementación de talleres o cursos remediables, en las diferentes universidades, para aquellos estudiantes que ingresan con deficiencias en las matemáticas.
- Que las universidades recomienden personas calificadas del área de matemáticas para la elaboración de textos y que los estudiantes puedan adquirirlos a bajo costo.
- Institucionalizar los Talleres de Matemáticas Universitarias, mediante la celebración anual de los mismos y rotando la sede en las diferentes universidades.
- Que los organismos que agrupan las matemáticas del país, tales como SOMAREDO, INDOMAT y Centro de Investigadores en Formación, tengan mayor incidencia sobre la problemática de las matemáticas de nuestro país.
- Constituir el Comité Organizador del Segundo Taller de Matemáticas Universitarias, el cual dará seguimiento a las recomendaciones arriba señaladas.

UNIVERSIDAD IBEROAMERICANA

UNIBE